Besuchen Sie auch die Seite **http://www.matheaufgaben-loesen.de/** dort gibt es viele Aufgaben zu weiteren Themen.

Realschulabschlussprüfungen Bayern

2004 MI A1

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2004** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik I **Aufgabengruppe A** **Aufgabe A 1**

A 1.0 Ein Kondensator (Speicher für elektrische Energie) wird an einer Elektrizitätsquelle für Gleichspannung aufgeladen. Die Kondensatorspannung y V (Volt) wird in Abhängigkeit von der Zeit x s (Sekunden) für $x \geqq 0$ durch die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = 7 - 7 \cdot 2{,}72^{-0{,}5x}$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ beschrieben.

A 1.1 Tabellarisieren Sie die Funktion f_1 für $x \in [0; 6]$ in Schritten von $\Delta x = 1$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet und zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_1 in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Auf der x-Achse: 1 cm für 1 s; $0 \leqq x \leqq 7$
Auf der y-Achse: 1 cm für 1 V; $0 \leqq y \leqq 9$ 2 P

A 1.2 Die maximale Spannung am Kondensator nennt man Sättigungsspannung. Diese beträgt bei diesem Kondensator 7 V.
Berechnen Sie, auf wie viel Prozent der Sättigungsspannung die Kondensatorspannung nach 2,60 s angestiegen ist. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 2 P

A 1.3 Berechnen Sie die Zeit, nach der die Kondensatorspannung auf 84% der Sättigungsspannung angestiegen ist. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 3 P

A 1.4 Eine Sekunde nach dem Beginn der Aufladung des in 1.0 beschriebenen Kondensators wird ein zweiter Kondensator entladen. Der Zusammenhang zwischen der Zeit x s und der Spannung y V an diesem Kondensator wird durch die Funktion f_2 mit der Gleichung $y = 8{,}5 \cdot 2{,}72^{-0{,}5(x-1)}$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ für $x \geqq 1$ beschrieben. Dabei steht x s für die Zeit ab dem Beginn der Aufladung des ersten Kondensators.
Tabellarisieren Sie die Funktion f_2 für $x \in [1; 6]$ in Schritten von $\Delta x = 1$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet und zeichnen Sie den Graphen zu f_2 in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

A 1.5 Bestimmen Sie aus der Zeichnung auf Zehntel Sekunden genau, nach welchen Zeiten sich die Spannungen an beiden Kondensatoren um 4,0 V voneinander unterscheiden. 2 P

A 1.6 Berechnen Sie auf Hundertstel Sekunden gerundet die Zeit x s, nach der an beiden Kondensatoren die gleiche Spannung anliegt. 4 P

Lösung

MI A2

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2004** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik I | **Aufgabengruppe A** | **Aufgabe A 2**

A 2.0 Die Punkte $A(1|-1)$, $B_n(3+4\cdot\cos\varphi\,|\,1-3\cdot\sin^2\varphi)$ mit $\varphi\in[0°;123{,}27°[$ und $C(5|1)$ sind Eckpunkte von Vierecken AB_nCD_n. Der Punkt S ist der Schnittpunkt der Diagonalen der Vierecke AB_nCD_n und zugleich der Mittelpunkt der Diagonale [AC]. Gleichzeitig teilt der Punkt S die Diagonalen $[B_nD_n]$ im Verhältnis $\overline{B_nS}:\overline{SD_n}=1:3$.

A 2.1 Zeichnen Sie die Vierecke AB_1CD_1 für $\varphi=90°$ und AB_2CD_2 für $\varphi=60°$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4\leqq x\leqq 7$; $-3\leqq y\leqq 7$ 2 P

A 2.2 Die Punkte B_n können auf die Punkte D_n abgebildet werden.
Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte D_n in Abhängigkeit von φ. Zeigen Sie sodann rechnerisch, dass sich die Gleichung des Trägergraphen p der Punkte D_n in der Form $y=-\frac{1}{16}\cdot(x-3)^2+6$ darstellen lässt.
[Teilergebnis: $D_n(3-12\cdot\cos\varphi\,|\,-3+9\sin^2\varphi)$]
Zeichnen Sie sodann den Trägergraphen p in das Koordinatensystem zu 2.1 ein. 5 P

A 2.3 Unter den Vierecken AB_nCD_n gibt es ein Drachenviereck AB_3CD_3.
Zeichnen Sie dieses Drachenviereck in das Koordinatensystem zu 2.1 ein.
Bestimmen Sie rechnerisch den zugehörigen Wert für φ sowie die Koordinaten des Punktes B_3. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 4 P

A 2.4 Zeigen Sie, dass sich der Flächeninhalt $A(\varphi)$ der Vierecke AB_nCD_n in Abhängigkeit von φ wie folgt darstellen lässt:
$A(\varphi)=(-24\cdot\cos^2\varphi+16\cdot\cos\varphi+16)$ FE. 4 P

A 2.5 Unter den Vierecken AB_nCD_n besitzt das Viereck AB_0CD_0 den größten Flächeninhalt A_{max}.
Berechnen Sie diesen Flächeninhalt und den zugehörigen Wert von φ. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 2 P

MI A3

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2004** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik I	**Aufgabengruppe A**	**Aufgabe A 3**

A 3.0 Das gleichseitige Dreieck PQR mit der Seitenlänge 9 cm ist die Grundfläche der Pyramide PQRS mit der Spitze S. Der Punkt F ist der Mittelpunkt der Strecke [QP]. Der Fußpunkt H der Pyramidenhöhe [SH] liegt auf der Geraden FR. Das Maß des Winkels RFS beträgt 120° und es gilt $\overline{FS} = 10\text{ cm}$.

A 3.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild der Pyramide PQRS. Dabei soll die Strecke [FR] auf der Schrägbildachse liegen.
Für die Zeichnung: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$
Berechnen Sie sodann die Streckenlänge $\overline{RS}$ und das Maß γ des Winkels SRF. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)
[Teilergebnis: $\overline{RS} = 15{,}45\text{ cm}$; $\gamma = 34{,}09°$] 4 P

A 3.2 Punkte C_n auf der Seitenkante [RS] sind Spitzen von Pyramiden $PQRC_n$. Die Winkel FC_nR haben das Maß φ.
Zeichnen Sie in das Schrägbild zu 3.1 die Pyramide $PQRC_1$ für $\varphi = 65°$ ein.
Geben Sie das Intervall für φ an, sodass man Pyramiden $PQRC_n$ erhält. Berechnen Sie dazu die Intervallgrenzen auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. 3 P

A 3.3 Ermitteln Sie rechnerisch das Volumen $V(\varphi)$ der Pyramiden $PQRC_n$ in Abhängigkeit von φ. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)
[Teilergebnis: $\overline{C_nR}(\varphi) = \frac{7{,}79\sin(\varphi + 34{,}09°)}{\sin\varphi}\text{ cm}$] 4 P

A 3.4 Das Maß α der Winkel PQC_n in den Dreiecken QPC_n hängt vom Maß φ der Winkel FC_nR ab.
Berechnen Sie die Länge der Strecken $[FC_n]$ in Abhängigkeit von φ und zeigen Sie, dass gilt: $\tan\alpha = \frac{0{,}97}{\sin\varphi}$. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 2 P

A 3.5 Unter den Pyramiden $PQRC_n$ gibt es zwei Pyramiden $PQRC_2$ und $PQRC_3$, bei denen die Maße der Winkel QC_2P und QC_3P jeweils 90° betragen.
Ermitteln Sie rechnerisch das jeweils zugehörige Winkelmaß φ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. 2 P

Lösung

MI B1

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2004** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik I **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 1**

B 1.0 Das Bruttoinlandsprodukt gibt den Wert der wirtschaftlichen Leistung eines Staates für ein Jahr an. Beträgt das Bruttoinlandsprodukt eines Staates am Ende eines Jahres y_0 Billionen €, so lässt sich bei einer jährlichen Wachstumsrate von p% das Bruttoinlandsprodukt nach x Jahren in y Billionen € mit einer Gleichung der Form $y = y_0 \cdot \left(1+\frac{p}{100}\right)^x$ berechnen.

B 1.1 Am Ende des Jahres 1999 betrug das Bruttoinlandsprodukt der Bundesrepublik Deutschland 1,92 Billionen €. Bei einer jährlichen Wachstumsrate von 2,5% kann das Bruttoinlandsprodukt der folgenden Jahre in Billionen € mit der Gleichung $y = 1{,}92 \cdot 1{,}025^x$ $(\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}^+)$ berechnet werden. Diese Gleichung legt die Funktion f_1 fest.
Tabellarisieren Sie die Funktion f_1 für $x \in [0; 10]$ in Schritten von $\Delta x = 1$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet und zeichnen Sie den Graphen zu f_1 in ein Diagramm.

Für die Zeichnung: Auf der x-Achse: 1 cm für 1 Jahr; $0 \leqq x \leqq 11$

Auf der y-Achse: 1 cm für 0,2 Billionen €; $0 \leqq y \leqq 2{,}60$ 2 P

B 1.2 Berechnen Sie, in welchem Kalenderjahr das Bruttoinlandsprodukt der Bundesrepublik Deutschland bei einer jährlichen Wachstumsrate von 2,5% den Wert von 3 Billionen € übersteigen würde. 3 P

B 1.3 Am Ende des Jahres 1998 hatte Österreich ein Bruttoinlandsprodukt von 0,19 Billionen € bei einer jährlichen Wachstumsrate von 1,5%. Gleichzeitig hatte die Schweiz ein Bruttoinlandsprodukt von 0,25 Billionen € bei einer jährlichen Wachstumsrate von –0,2%.
Im wievielten Jahr haben beide Länder das gleiche Bruttoinlandsprodukt, wenn sich die jährlichen Wachstumsraten nicht ändern? 4 P

B 1.4 In Wirklichkeit ist in den drei Jahren nach 1999 das Bruttoinlandsprodukt der Bundesrepublik Deutschland von 1,92 Billionen € auf 2,10 Billionen € gestiegen.
Berechnen Sie auf eine Stelle nach dem Komma gerundet mit Hilfe der Gleichung aus 1.0 die jährliche Wachstumsrate p%. 3 P

B 1.5 Im wievielten Jahr ist das Bruttoinlandsprodukt eines Staates um 10% gestiegen, wenn die Wachstumsrate 1,8% beträgt? 3 P

MI B2

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2004** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik I **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 2**

B 2.0 Der Punkt $O(0|0)$ und Punkte $Q_n(x|\frac{1}{2}x+3)$ auf der Geraden g mit der Gleichung $y=\frac{1}{2}x+3$ $(\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R})$ sind Eckpunkte von Dreiecken OP_nQ_n, für die $\sphericalangle P_nOQ_n = 45°$ und $\overline{OP_n}:\overline{OQ_n} = 2:3$ gilt.

B 2.1 Zeichnen Sie die Gerade g sowie die Dreiecke OP_1Q_1 für $x=-3$ und OP_2Q_2 für $x=3$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4 \leqq x \leqq 7$; $-3 \leqq y \leqq 7$ 3 P

B 2.2 Die Punkte Q_n können auf die Punkte P_n abgebildet werden.
Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Koordinaten der Punkte P_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte Q_n gilt:
$P_n\left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\cdot x+\sqrt{2}\,\middle|\,-\frac{1}{6}\sqrt{2}\cdot x+\sqrt{2}\right)$. 3 P

B 2.3 Bestimmen Sie rechnerisch die Gleichung des Trägergraphen h der Punkte P_n. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)
[Ergebnis: h: $y=-0{,}34x+1{,}89$] 2 P

B 2.4 Der Eckpunkt P_3 des Dreiecks OP_3Q_3 liegt im I. Quadranten auf der Parabel p mit der Gleichung $y=\frac{1}{2}x^2-2x$ $(\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R})$.
Zeichnen Sie die Parabel p sowie das Dreieck OP_3Q_3 in die Zeichnung zu 2.1 ein und berechnen Sie sodann das Maß β des Winkels Q_3P_3O. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 6 P

B 2.5 Unter den Dreiecken OP_nQ_n hat das Dreieck OP_0Q_0 den kleinstmöglichen Flächeninhalt.
Berechnen Sie die x-Koordinate des Punktes Q_0. 3 P

Lösung

MI B3

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2004** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik I | **Aufgabengruppe B** | **Aufgabe B 3**

B 3.0 Das Rechteck ABCD mit $\overline{AB} = 8\,\text{cm}$ und $\overline{BC} = 10\,\text{cm}$ ist die Grundfläche der Pyramide ABCDS mit der Spitze S. Der Punkt E ist der Mittelpunkt der Seite [AD] und der Punkt F ist der Mittelpunkt der Seite [BC]. Der Fußpunkt P der Pyramidenhöhe liegt auf [EF]. Es gilt: $\overline{ES} = 7{,}5\,\text{cm}$ und $\overline{FS} = 9\,\text{cm}$.

B 3.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild der Pyramide ABCDS. Dabei soll [EF] auf der Schrägbildachse liegen.

Für die Zeichnung: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$

Berechnen Sie sodann das Maß ε des Winkels SFE sowie die Höhe $\overline{PS}$ der Pyramide ABCDS. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

[Teilergebnis: $\varepsilon = 51{,}95°$; $\overline{PS} = 7{,}09\,\text{cm}$] 4 P

B 3.2 Die Strecke [KM] mit $K \in [AB]$ und $M \in [DC]$ verläuft durch den Punkt P und ist parallel zur Strecke [BC]. Die Strecken $[R_nT_n]$ sind ebenfalls parallel zur Strecke [BC]. Sie schneiden die Strecke [FS] in den Punkten G_n und es gilt $R_n \in [BS]$ und $T_n \in [CS]$. Die Punkte K, R_n, T_n und M sind jeweils die Eckpunkte von gleichschenkligen Trapezen KR_nT_nM. Die Winkel FPG_n haben das Maß φ mit $0° < \varphi < 90°$.

Zeichnen Sie das Trapez KR_1T_1M für $\varphi = 20°$ in das Schrägbild zu 3.1 ein. 1 P

B 3.3 Zeigen Sie durch Rechnung, dass die Länge der Strecken $[PG_n]$ wie folgt in Abhängigkeit von φ auf zwei Stellen nach den Komma gerundet dargestellt werden kann:

$$\overline{PG_n}(\varphi) = \frac{4{,}37}{\sin(\varphi + 51{,}95°)}\,\text{cm}.$$

2 P

B 3.4 Von allen Trapezen KR_nT_nM besitzt das Trapez KR_0T_0M die kürzeste Höhe $\overline{PG_0}$.

Berechnen Sie den Flächeninhalt des Trapezes KR_0T_0M. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 5 P

B 3.5 Für die Trapeze KR_2T_2M und KR_3T_3M sind die Strecken $[PG_2]$ bzw. $[PG_3]$ jeweils 5 cm lang.

Berechnen Sie die zugehörigen Winkelmaße φ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. 3 P

MI Nach C1

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2004** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik I **Nachtermin** **Aufgabe C 1**

C 1.0 Gegeben sind die Funktionen f_1 mit der Gleichung $y = -2 \cdot 0{,}5^{x+1} + 5$ und f_2 mit der Gleichung $y = 0{,}5^{x+2} - 3$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$).

C 1.1 Tabellarisieren Sie die Funktionen f_1 und f_2 jeweils für $x \in [-3; 5]$ mit $\Delta x = 1$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. Zeichnen Sie sodann die Graphen zu f_1 und f_2 in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4 \leqq x \leqq 6$; $-4 \leqq y \leqq 6$ — 2 P

C 1.2 Punkte $A_n(x \mid -2 \cdot 0{,}5^{x+1} + 5)$ auf dem Graphen zu f_1 und Punkte $C_n(x \mid 0{,}5^{x+2} - 3)$ auf dem Graphen zu f_2 sind Eckpunkte von Rauten $A_nB_nC_nD_n$. Die Punkte A_n und C_n haben jeweils dieselbe Abszisse x, und die y-Koordinate der Punkte A_n ist jeweils größer als die y-Koordinate der Punkte C_n. Außerdem gilt: $\overline{B_nD_n} = 4$ LE.
Zeichnen Sie die Raute $A_1B_1C_1D_1$ für $x = -1$ und die Raute $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 3$ in das Koordinatensystem zu 1.1. ein. — 2 P

C 1.3 Ermitteln Sie rechnerisch auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet, für welche x-Werte der Punkte A_n es Rauten $A_nB_nC_nD_n$, wie in 1.2 festgelegt, gibt. — 3 P

C 1.4 Bestimmen Sie durch Rechnung die Koordinaten der Diagonalenschnittpunkte M_n der Rauten $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n. — 2 P

C 1.5 Unter den Rauten $A_nB_nC_nD_n$ gibt es ein Quadrat $A_0B_0C_0D_0$.
Berechnen Sie die Koordinaten des Eckpunktes C_0. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) — 3 P

C 1.6 Geben Sie das Intervall für die möglichen Flächeninhalte der Rauten $A_nB_nC_nD_n$ an. — 3 P

[Lösung]

MI Nach C2

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2004** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik I | **Nachtermin** | **Aufgabe C 2**

C 2.0 Die Punkte $A(0|0)$, $B_n(8\cos^2\varepsilon|-4\sin\varepsilon)$, $C(9|3)$ und D_n sind die Eckpunkte von Drachenvierecken AB_nCD_n mit AC als Symmetrieachse. Es gilt: $\varepsilon \in [0°; 90°]$.

C 2.1 Berechnen Sie die Koordinaten der Eckpunkte B_1 für $\varepsilon = 30°$ und B_2 für $\varepsilon = 60°$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
Zeichnen Sie sodann die Drachenvierecke AB_1CD_1 und AB_2CD_2 in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-2 \leqq x \leqq 10$; $-4 \leqq y \leqq 6$ — 2 P

C 2.2 Berechnen Sie die Koordinaten der Eckpunkte D_n in Abhängigkeit von ε. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)
[Ergebnis: $D_n(6{,}40\cos^2\varepsilon - 2{,}40\sin\varepsilon \,|\, 4{,}80\cos^2\varepsilon + 3{,}20\sin\varepsilon)$] — 3 P

C 2.3 Der Eckpunkt D_3 des Drachenvierecks AB_3CD_3 liegt auf der Winkelhalbierenden w des I. und III. Quadranten.
Berechnen Sie die Koordinaten des Eckpunktes B_3. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) — 4 P

C 2.4 Berechnen Sie den Flächeninhalt $A(\varepsilon)$ der Drachenvierecke AB_nCD_n in Abhängigkeit von ε.
Berechnen Sie sodann auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet das Winkelmaß für das Drachenviereck AB_0CD_0 dessen Flächeninhalt maximal ist. Geben Sie den maximalen Flächeninhalt an.
[Teilergebnis: $A(\varepsilon) = (24\cos^2\varepsilon + 36\sin\varepsilon)$ FE] — 4 P

C 2.5 Neben den Drachenvierecken AB_nCD_n gibt es als Sonderfall das Dreieck B_4CD_4.
Berechnen Sie das zugehörige Winkelmaß ε auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. — 4 P

MI Nach C3

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2004** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik I | **Nachtermin** | **Aufgabe C 3**

C 3.0 Eine Gärtnerei plant einen Glaspavillon als Ausstellungsraum für Pflanzen. Er soll aus einem Quader ABCDEFGH und einem pyramidenförmigen Dach EFGHS bestehen. Die Grundfläche ABCD ist quadratisch mit der Seitenlänge $\overline{AB} = 10\text{ m}$. Die Höhe des Quaders beträgt 6 m. Der Punkt M ist der Diagonalenschnittpunkt des Quadrats ABCD. Der Punkt N ist der Diagonalenschnittpunkt des Quadrats EFGH. Die Gesamthöhe des Pavillons beträgt $\overline{MS} = 10\text{ m}$.

C 3.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild des Pavillons im Maßstab 1:100. Dabei soll [AB] auf der Schrägbildachse liegen.
Für die Zeichnung: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$
Berechnen Sie sodann das Maß ε des Winkels NES auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
[Teilergebnis: $\varepsilon = 29{,}50°$] 4 P

C 3.2 Punkte P_n auf der Kante [ES] werden mit dem Punkt N zu Verstrebungen $[NP_n]$ verbunden. Die Winkel P_nNE besitzen das Maß φ mit $0° < \varphi < 90°$.
Zeichnen Sie eine beliebige Verstrebung $[NP_1]$ in das Schrägbild zu 3.1 ein.
Zeigen Sie sodann, dass für die Längen der Verstrebungen $[NP_n]$ in Abhängigkeit von φ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet gilt:
$\overline{NP_n}(\varphi) = \frac{3{,}48}{\sin(\varphi + 29{,}50°)}\text{ m}$. 3 P

C 3.3 Die durch die Verstrebungen $[NP_n]$ entstehenden Dreiecke ENP_n werden zur Dekoration mit Stoff bespannt.
Berechnen Sie den Flächeninhalt $A(\varphi)$ der Dreiecke ENP_n in Abhängigkeit von φ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
[Ergebnis: $A(\varphi) = \frac{12{,}30 \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 29{,}50°)}\text{ m}^2$] 2 P

C 3.4 Ermitteln Sie den Flächeninhalt des Stoffdreiecks, das man erhält, wenn die kürzestmögliche Verstrebung $[NP_0]$ eingebaut wird. 3 P

C 3.5 Das Dreieck ENP_2 bedeckt 60% der Fläche des Dreiecks ENS.
Berechnen Sie das zugehörige Winkelmaß φ. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 3 P

Lösung

MII A1

Prüfungsdauer: **150 Minuten**	**Abschlussprüfung 2004** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik II **Aufgabengruppe A** **Aufgabe A 1**

A 1.0 Die Parabel p hat eine Gleichung der Form $y = ax^2 + 0{,}5x + c$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ und $c \in \mathbb{R}$. Die Parabel p verläuft durch die Punkte $P(-1|-4)$ und $Q(5|-7)$. Die Gerade g hat die Gleichung $y = -0{,}5x + 3$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

A 1.1 Zeigen Sie durch Berechnung der Werte für a und c, dass die Parabel p die Gleichung $y = -0{,}25x^2 + 0{,}5x - 3{,}25$ hat.
Erstellen Sie für die Parabel p eine Wertetabelle für $x \in [-3; 5]$ in Schritten von $\Delta x = 1$ und zeichnen Sie die Parabel p und die Gerade g in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4 \leqq x \leqq 9$; $-9 \leqq y \leqq 5$ 4 P

A 1.2 Punkte $A_n\left(x\middle|-0{,}25x^2 + 0{,}5x - 3{,}25\right)$ auf der Parabel p und Punkte $D_n(x|-0{,}5x+3)$ auf der Geraden g haben jeweils dieselbe Abszisse x. Sie bilden zusammen mit den Punkten B_n und C_n Eckpunkte von Trapezen $A_nB_nC_nD_n$ und es gilt: $\overrightarrow{A_nB_n} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\overline{B_nC_n} = 3$ LE und $[A_nD_n] \parallel [B_nC_n]$.
Zeichnen Sie die Trapeze $A_1B_1C_1D_1$ für $x = -1$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 4$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

A 1.3 Überprüfen Sie rechnerisch, ob die Gerade A_1B_1 Tangente an die Parabel p ist.
[Teilergebnis: A_1B_1: $y = 0{,}75x - 3{,}25$] 3 P

A 1.4 Zeigen Sie durch Rechnung, dass sich die Seitenlänge $\overline{A_nD_n}(x)$ aller Trapeze $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n wie folgt darstellen lässt: $\overline{A_nD_n}(x) = (0{,}25x^2 - x + 6{,}25)$ LE. 1 P

A 1.5 Stellen Sie den Flächeninhalt A(x) der Trapeze $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n dar.
Berechnen Sie sodann den kleinstmöglichen Flächeninhalt A_{min}.
[Teilergebnis: $A(x) = (0{,}5x^2 - 2x + 18{,}5)$ FE] 3 P

A 1.6 Unter den Trapezen $A_nB_nC_nD_n$ gibt es zwei Trapeze $A_3B_3C_3D_3$ und $A_4B_4C_4D_4$, in denen der Winkel $A_3D_3C_3$ bzw. $A_4D_4C_4$ jeweils das Maß 90° hat.
Begründen Sie, dass für diese beiden Trapeze gilt: $\overline{A_3D_3} = 6$ LE bzw. $\overline{A_4D_4} = 6$ LE.
Berechnen Sie sodann die x-Koordinaten der Punkte A_3 und A_4 auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. 3 P

MII A2

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2004** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik II | **Aufgabengruppe A** | **Aufgabe A 2**

A 2.0 Die Firma Maier erhält von der Messeleitung ein dreieckiges Grundstück ABC auf dem Messefreigelände zugewiesen, auf dem sie ihren Informationspavillon errichten kann. Der Pavillon hat eine kreisförmige Grundfläche und wird so auf die Dreiecksfläche gestellt, dass seine Grundfläche die drei Seiten des Grundstücks ABC berührt.

Das Dreieck ABC hat die Seitenlängen $\overline{AB} = 9{,}50\ \text{m}$, $\overline{AC} = 8{,}00\ \text{m}$ und $\overline{BC} = 12{,}00\ \text{m}$.

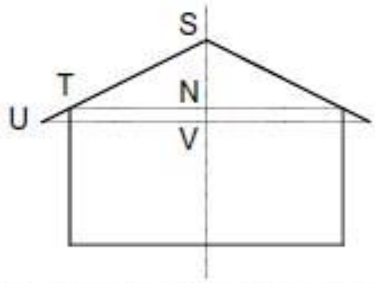
Hinweis für Berechnungen:
Runden Sie jeweils auf zwei Stellen nach dem Komma: Winkelmaße in °, Längen in m und Flächeninhalte in m².

A 2.1 Berechnen Sie das Maß α des Winkels BAC und das Maß β des Winkels CBA des Dreiecks ABC.
Zeichnen Sie das dreieckige Grundstück ABC im Maßstab 1 : 100.
[Teilergebnis: $\alpha = 86{,}13°$; $\beta = 41{,}69°$] 3 P

A 2.2 Die Winkelhalbierenden der Winkel BAC und CBA schneiden sich im Punkt M. Der Fußpunkt des Lotes von M auf die Seite [AB] ist der Punkt D, von M auf [BC] der Punkt E und von M auf [AC] der Punkt F.
Zeichnen Sie die beiden Winkelhalbierenden und tragen Sie die Punkte M, D, E und F sowie die kreisförmige Pavillongrundfläche in die Zeichnung zu 2.1 ein.
Ermitteln Sie sodann rechnerisch den Radius [MD] der Pavillongrundfläche.
[Teilergebnis: $\overline{MD} = 2{,}57\ \text{m}$] 4 P

A 2.3 Der Eingangsbereich zum Pavillon ist die Fläche, die vom Kreisbogen $\overset{\frown}{DE}$ und von den Strecken [BE] und [BD] begrenzt wird.
Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Eingangsbereichs.
[Teilergebnis: $\overline{BD} = 6{,}75\ \text{m}$] 4 P

A 2.4 Die nebenstehende Skizze zeigt den Axialschnitt des Pavillons aus 2.0.
Der Pavillon hat die Form eines Zylinders, auf dem ein kegelförmiges Dach aufgesetzt ist. Dadurch vergrößert sich die Höhe des Pavillons um die Länge der Strecke $\overline{SN} = 1{,}75\ \text{m}$.



Wie viele Quadratmeter Zeltplane werden für die Dachfläche des Pavillons benötigt, wenn das Dach des Pavillons ringsherum einen Überstand $\overline{TU} = 10\ \text{cm}$ haben soll (siehe Axialschnitt)?
[Teilergebnis: $\overline{UV} = 2{,}65\ \text{m}$] 4 P

Lösung

MII A3

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2004** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik II — **Aufgabengruppe A** — **Aufgabe A 3**

A 3.0 Das gleichschenklige Dreieck ABC mit der Basis [BC] ist die Grundfläche der Pyramide ABCS. D ist der Mittelpunkt der Basis [BC]. Die Spitze S liegt senkrecht über dem Punkt $E \in [AD]$.
Es gilt: $\overline{BC} = 12\text{ cm}$, $\overline{AD} = 9\text{ cm}$, $\overline{DE} = 3\text{ cm}$ und $\overline{ES} = 10\text{ cm}$

A 3.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild der Pyramide ABCS, wobei [AD] auf der Schrägbildachse liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 60°$ — 2 P

A 3.2 Berechnen Sie sodann das Maß δ des Winkels SDA und die Länge der Strecke [DS] auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
[Teilergebnis: $\delta = 73{,}30°$; $\overline{DS} = 10{,}44\text{ cm}$] — 2 P

A 3.3 $P_n \in [BS]$ und $Q_n \in [CS]$ sind zusammen mit B und C Eckpunkte von Trapezen BCQ_nP_n mit $[P_nQ_n] \parallel [BC]$. Die Punkte $R_n \in [DS]$ sind die Mittelpunkte der Strecken $[P_nQ_n]$. Es gilt: $\overline{DR_n} = x\text{ cm}$ $(0 < x < 10{,}44;\ x \in \mathbb{R})$
Zeichnen Sie das Trapez BCQ_1P_1 mit $x = 5$ in das Schrägbild zu 3.1 ein und berechnen Sie sodann das Maß φ des Winkels DAR_1. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) — 3 P

A 3.4 Zeigen Sie rechnerisch, dass für den Flächeninhalt A(x) der Trapeze BCQ_nP_n in Abhängigkeit von x gilt: $A(x) = (-0{,}58x^2 + 12x)\text{ cm}^2$. — 3 P

A 3.5 Die Trapeze BCQ_nP_n sind Grundflächen der Pyramiden BCQ_nP_nA mit der gemeinsamen Spitze A und der Höhe [AH] mit $H \in [DS]$.
Zeichnen Sie die Pyramide BCQ_1P_1A und die Höhe [AH] in das Schrägbild zu 3.1 ein.
Zeigen Sie sodann, dass für das Volumen V(x) der Pyramiden BCQ_nP_nA in Abhängigkeit von x gilt: $V(x) = (-1{,}67x^2 + 34{,}48x)\text{ cm}^3$. — 3 P

A 3.6 Das Volumen der Pyramide BCQ_2P_2A ist halb so groß wie das Volumen der Pyramide ABCS.
Berechnen Sie den zugehörigen Wert für x. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) — 3 P

MII B1

| Prüfungsdauer: 150 Minuten |

Abschlussprüfung 2004
an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik II | **Aufgabengruppe B** | **Aufgabe B 1**

B 1.0 Die Parabel p hat die Gleichung $y = 0,25x^2 + x + 1,5$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

B 1.1 Berechnen Sie die Koordinaten des Scheitelpunktes S der Parabel p.
Zeichnen Sie sodann die Parabel p im Bereich von $-8 \leqq x \leqq 4$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-9 \leqq x \leqq 7$; $-1 \leqq y \leqq 10$ — 3 P

B 1.2 Punkte $A_n\left(x \middle| 0,25x^2 + x + 1,5\right)$ und Punkte C_n liegen auf der Parabel p und sind zusammen mit Punkten B_n und D_n die Eckpunkte von Quadraten $A_nB_nC_nD_n$. Die Abszisse der Punkte C_n ist stets um 4 größer als die Abszisse x der Punkte A_n.
Zeichnen Sie die Quadrate $A_1B_1C_1D_1$ für $x = -7$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 0$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.
Zeigen Sie sodann, dass für die Koordinaten der Punkte C_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $C_n\left(x + 4 \middle| 0,25x^2 + 3x + 9,5\right)$ — 3 P

B.1.3 Stellen Sie den Flächeninhalt A(x) der Quadrate $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n dar.
[Ergebnis: $A(x) = (2x^2 + 16x + 40)$ FE] — 3 P

B 1.4 Unter den Quadraten $A_nB_nC_nD_n$ besitzt das Quadrat $A_0B_0C_0D_0$ den kleinsten Flächeninhalt.
Berechnen Sie diesen kleinsten Flächeninhalt A_{min}. — 1 P

B 1.5 Bei den Quadraten $A_3B_3C_3D_3$ und $A_4B_4C_4D_4$ beträgt die Seitenlänge jeweils 5 LE.
Berechnen Sie die x-Koordinaten der Punkte C_3 und C_4 auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. — 3 P

B 1.6 Die x-Achse schließt mit der Symmetrieachse A_5C_5 des Quadrates $A_5B_5C_5D_5$ den Winkel φ mit dem Maß 35° ein.
Hinweis: $y_{A_5} < y_{C_5}$
Berechnen Sie die x-Koordinate des Punktes A_5 auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. — 3 P

Lösung

MII B2

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2004** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik II | **Aufgabengruppe B** | **Aufgabe B 2**

B 2.0 Ein Landschaftsarchitekturbüro erhält den Auftrag ein viereckiges Grundstück ABCD zu gestalten. Es gelten folgende Maße:
$\overline{AB} = 100,0\text{ m}$; $\overline{AD} = 80,0\text{ m}$; $\overline{CD} = 120,0\text{ m}$; $\sphericalangle BAD = 70,0°$; $\sphericalangle ADC = 120,0°$

Hinweis für Berechnungen:
Runden Sie jeweils auf eine Stelle nach dem Komma: Winkelmaße in °, Längen in m, Flächeninhalte in m² und Volumina in m³.

B 2.1 Zeichnen Sie das Viereck ABCD in einem geeigneten Maßstab. Geben Sie den gewählten Maßstab an. 2 P

B 2.2 Auf dem Grundstück soll ein künstlicher See angelegt werden. Der See wird von den Seiten [DF], [AD], [AE] und dem Bogen $\overset{\frown}{EF}$ begrenzt. Dieser Bogen $\overset{\frown}{EF}$ ist Teil eines Kreises mit Mittelpunkt D, der die Seite [AB] im Punkt E mit $\overline{AE} = 50,0\text{ m}$ und die Seite [CD] im Punkt F schneidet.

Zeichnen Sie den Bogen $\overset{\frown}{EF}$ in die Zeichnung zu 2.1 ein und berechnen Sie die Länge der Strecke [DE].
[Teilergebnis: $\overline{DE} = 78,5\text{ m}$] 2 P

B 2.3 Zur Abschätzung der Kosten für eine geplante Einfassung des Sees muss sein Umfang bestimmt werden.
Berechnen Sie den Umfang u der Seefläche.
[Teilergebnis: $\sphericalangle EDF = 83,2°$] 3 P

B 2.4 Für Veranstaltungen ist im See eine kreisförmige Bühne vorgesehen, die ein Zwölftel der Seefläche bedeckt.
Berechnen Sie den Radius der Bühnenfläche.
[Teilergebnis: $A_{See} = 6353,5\text{ m}^2$] 3 P

B 2.5 Auf der nicht für den See verplanten Grundstücksfläche soll Rasen angesät werden. Ermitteln Sie rechnerisch den prozentualen Anteil der Rasenfläche an der gesamten Grundstücksfläche. 5 P

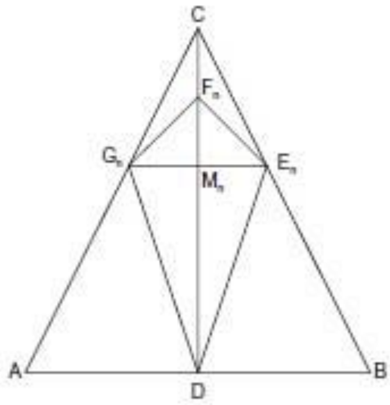
MII B3

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2004** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik II **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 3**

B 3.0 Gegeben ist ein gleichschenkliges Dreieck ABC mit der Basis [AB] und der zur Basis gehörenden Höhe [CD]. Der Punkt D legt zusammen mit Punkten $E_n \in [BC]$, $F_n \in [CD]$ und $G_n \in [AC]$ Drachenvierecke $DE_nF_nG_n$ fest, deren Diagonalen $[DF_n]$ und $[E_nG_n]$ sich im Punkt M_n schneiden.

Es gilt: $\overline{AB} = 10\text{ cm}$, $\overline{CD} = 10\text{ cm}$, $\overline{F_nM_n} = 2\text{ cm}$ und $\overline{DM_n}(x) = x\text{ cm}$ mit $0 < x \leqq 8;\ x \in \mathbb{R}$



B 3.1 Zeichnen Sie das Dreieck ABC und das Drachenviereck $DE_1F_1G_1$ für x = 4 mit der gemeinsamen Symmetrieachse CD.
Bestimmen Sie sodann die Länge der Diagonalen $[E_nG_n]$ in Abhängigkeit von x.
[Teilergebnis: $\overline{E_nG_n}(x) = (10 - x)\text{ cm}$] 3 P

B 3.2 Das Dreieck ABC und die Drachenvierecke $DE_nF_nG_n$ rotieren um die gemeinsame Symmetrieachse CD. Dadurch entstehen ein Kegel mit dem Radius [AD] und Doppelkegel mit dem Radius $[E_nM_n]$.
Berechnen Sie für x = 4 den prozentualen Anteil des Volumens des Doppelkegels am Volumen des Kegels. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 3 P

B 3.3 Ein zweiter Doppelkegel besitzt den Öffnungswinkel E_2DG_2 mit dem Maß $\delta = 116°$.
Berechnen Sie den zugehörigen Wert von x. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 2 P

B 3.4 Bei einem dritten Doppelkegel sind die Mantellinien $[DE_3]$ und $[E_3F_3]$ gleich lang.
Berechnen Sie den Flächeninhalt A_O der Oberfläche dieses Doppelkegels. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 4 P

B 3.5 Die Mantellinien $[DE_n]$ und $[E_nF_n]$ schließen Winkel F_nE_nD mit dem Maß ε ein.
Bestimmen Sie durch Rechnung das Intervall für das Maß ε. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 4 P

Lösung

MII C1

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2004

an den **vierstufigen** Realschulen in Bayern

R4

Mathematik II **Aufgabengruppe C** **Aufgabe C 1**

C 1.0 Die Parabel p hat die Gleichung $y = -0,25x^2 + 3x - 1$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$. Die Gerade g hat die Gleichung $y = -0,25x + 4,5$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

C 1.1 Erstellen Sie für die Parabel p eine Wertetabelle für $x \in [0; 12]$ in Schritten von $\Delta x = 1$ und zeichnen Sie sodann die Parabel p und die Gerade g in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-1 \leqq x \leqq 13$; $-2 \leqq y \leqq 9$ 3 P

C 1.2 Die Punkte $M_n(x \mid -0,25x + 4,5)$ auf der Geraden g sind die Mittelpunkte der Basis $[A_nB_n]$ von gleichschenkligen Dreiecken $A_nB_nC_n$ mit $x_A < x_B$.
Es gilt: $[A_nB_n] \parallel x-$Achse und $\overline{A_nB_n} = 4$ LE.
Die Punkte $C_n(x \mid -0,25x^2 + 3x - 1)$ liegen auf der Parabel p und haben dieselbe Abszisse x wie die Punkte M_n.
Zeichnen Sie das Dreieck $A_1B_1C_1$ für x = 4 und das Dreieck $A_2B_2C_2$ für x = 10 in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

C 1.3 Ermitteln Sie rechnerisch das Intervall für die Abszisse x der Punkte M_n so, dass Dreiecke $A_nB_nC_n$ existieren. 3 P

C 1.4 Berechnen Sie die Länge der Strecken $[M_nC_n]$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte M_n.
[Teilergebnis: $\overline{M_nC_n}(x) = (-0,25x^2 + 3,25x - 5,5)$ LE] 1 P

C 1.5 Unter den Dreiecken $A_nB_nC_n$ hat das Dreieck $A_0B_0C_0$ den größtmöglichen Flächeninhalt.
Bestimmen Sie den größtmöglichen Flächeninhalt A_{max} auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. 3 P

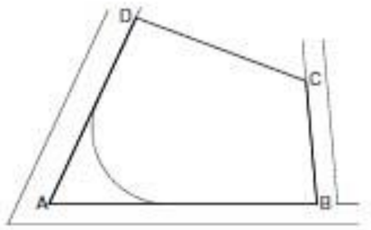
C 1.6 Für die Punkte C_3 und C_4 sind die Dreiecke $A_3B_3C_3$ und $A_4B_4C_4$ gleichseitig.
Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte C_3 und C_4. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)
[Teilergebnis: $\overline{M_3C_3} = \overline{M_4C_4} = 2 \cdot \sqrt{3}$ LE] 4 P

MII C2

Prüfungsdauer: 150 Minuten	Abschlussprüfung 2004 an den **vierstufigen** Realschulen in Bayern	R4

Mathematik II — **Aufgabengruppe C** — **Aufgabe C 2**

C 2.0 Nebenstehende Skizze zeigt den Plan eines Grundstücks. Die Grundstücksfläche hat die Form eines Vierecks ABCD. Sie wird an den Seiten [AB], [BC] und [AD] von Straßen begrenzt.



Es gelten folgende Maße:
$\overline{AB} = 26{,}00\,m$; $\overline{BC} = 12{,}00\,m$; $\overline{AD} = 20{,}00\,m$;
$\sphericalangle BAD = 65{,}00°$; $\sphericalangle CBA = 85{,}00°$.

Hinweis für Berechnungen:
Runden Sie jeweils auf zwei Stellen nach dem Komma; Winkelmaße in °, Längen in m und Flächeninhalte in m².

C 2.1 Zeichnen Sie das Viereck ABCD im Maßstab 1 : 200. 2 P

C 2.2 Berechnen Sie die Länge der Grundstücksdiagonalen [AC] und das Maß des Winkels BAC.
[Teilergebnis: $\overline{AC} = 27{,}67\,m$; $\sphericalangle BAC = 25{,}60°$] 2 P

C 2.3 Berechnen Sie die Länge der Grundstücksseite [CD] und das Maß des Winkels DCB.
[Ergebnis: $\overline{CD} = 17{,}62\,m$; $\sphericalangle DCB = 115{,}51°$] 3 P

C 2.4 Zur Verbesserung des Verkehrsflusses plant die Gemeinde den Straßenverlauf an der Grundstücksecke A abzurunden. Die neue Grundstücksgrenze wird durch einen Kreisbogen mit dem Mittelpunkt M markiert. Der Kreisbogen berührt die Seiten [AB] im Punkt Q und [AD] im Punkt P jeweils 11,60 m von A entfernt.
Zeichen Sie den Kreisbogen $\overset{\frown}{PQ}$ in die Zeichnung zu 2.1 ein.
Berechnen Sie anschließend den Flächeninhalt der abzutretenden Fläche, die durch die Strecken [AP], [AQ] und den Kreisbogen $\overset{\frown}{PQ}$ begrenzt wird.
[Teilergebnis: $\overline{MP} = 7{,}39\,m$] 4 P

C 2.5 Als Ersatz für die abzutretende Fläche bietet die Gemeinde dem Grundstückseigentümer ein dreieckiges Grundstück CHD als Ausgleichsfläche an. Dieses grenzt an die Grundstücksseite [CD]. Der Punkt H ist der Schnittpunkt der Verlängerung der Grundstücksseite [BC] mit der Parallelen zur Grundstücksseite [AB] durch die Grundstücksecke D.
Berechnen Sie den Flächeninhalt der Ausgleichsfläche CHD und bestimmen Sie um wie viel Prozent die Ausgleichsfläche größer ist als die abgetretene Fläche.
[Teilergebnis: $\overline{DH} = 15{,}96\,m$] 4 P

Lösung

MII C3

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2004** an den **vierstufigen** Realschulen in Bayern	**R4**

Mathematik II | **Aufgabengruppe C** | **Aufgabe C 3**

C 3.0 Das Drachenviereck ABCD mit AC als Symmetrieachse und M als Diagonalenschnittpunkt ist die Grundfläche der Pyramide ABCDS. Die Spitze S liegt senkrecht über dem Punkt A und es gilt:
$\overline{AC} = 11\text{ cm}$, $\overline{BD} = 6\text{ cm}$, $\overline{AM} = 4\text{ cm}$ und $\overline{AS} = 8{,}5\text{ cm}$.

C 3.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei [AC] auf der Schrägbildachse liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$
Berechnen Sie sodann das Maß ε des Winkels SMA und die Länge der Strecke [MS] auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
[Teilergebnisse: $\varepsilon = 64{,}80°$; $\overline{MS} = 9{,}39\text{ cm}$] 4 P

C 3.2 Der Punkt $N \in [MS]$ ist der Mittelpunkt der Strecke [EF] mit $E \in [BS]$ und $F \in [DS]$. Dabei gilt: $[EF] \parallel [BD]$ und $\overline{SN} = 5\text{ cm}$.
Zeichnen Sie die Strecke [EF] in das Schrägbild zu 3.1 ein und berechnen Sie die Länge der Strecke [EF] auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
[Teilergebnis: $\overline{EF} = 3{,}19\text{ cm}$] 2 P

C 3.3 Die Punkte $P_n \in [AS]$ mit $\overline{SP_n} = x\text{ cm}$ bilden zusammen mit den Punkten E und F Dreiecke EFP_n. Die Winkel SNP_n besitzen das Maß φ.
Zeichnen Sie das Dreieck EFP_1 für $x = 2{,}5$ in das Schrägbild zu 3.1 ein.
Berechnen sie sodann das Maß φ des Winkels SNP_1. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)
[Teilergebnis: $\overline{NP_1} = 2{,}94\text{ cm}$] 3 P

C 3.4 Unter den Dreiecken EFP_n hat das Dreieck EFP_0 den kleinsten Flächeninhalt.
Zeichnen Sie das Dreieck EFP_0 in das Schrägbild zu 3.1 ein und berechnen Sie sodann den Flächeninhalt A_{min}. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 3 P

C 3.5 Der Punkt N ist die Spitze der Pyramide ABDN.
Zeichnen Sie die Pyramide ABDN in das Schrägbild zu 3.1 ein.
Berechnen Sie anschließend den prozentualen Anteil des Volumens der Pyramide ABDN am Volumen der Pyramide ABCDS. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 4 P

MII Nach D1

Prüfungsdauer: 150 Minuten	Abschlussprüfung 2004 an den Realschulen in Bayern	R4/R6

Mathematik II — **Nachtermin** — **Aufgabe D 1**

D 1.0 Die Parabel p_1 hat die Gleichung $y = -(x-3)^2 + 5$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$. Die Parabel p_2 hat den Scheitelpunkt $S(5|8)$ und verläuft durch den Punkt $Q(-3|-8)$.

D 1.1 Zeigen Sie durch Berechnung, dass sich die Gleichung die Parabel p_2 wie folgt darstellen lässt: $y = -0,25x^2 + 2,5x + 1,75$.
Erstellen Sie für die Parabel p_2 eine Wertetabelle für $x \in [0; 10]$ in Schritten von $\Delta x = 1$ und zeichnen Sie die Parabeln p_1 und p_2 in ein Koordinatensystem ein.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-1 \leqq x \leqq 11$; $-2 \leqq y \leqq 12$ 5 P

D 1.2 Punkte $A_n\left(x \middle| -x^2 + 6x - 4\right)$ und Punkte B_n liegen auf der Parabel p_1. Die Abszisse der Punkte B_n ist stets um 2 größer als die Abszisse x der Punkte A_n.
Bestätigen Sie durch Rechnung, dass sich die Koordinaten der Punkte B_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n folgendermaßen darstellen lassen:
$B_n\left(x+2 \middle| -x^2 + 2x + 4\right)$. 1 P

D 1.3 Die Punkte A_n und B_n auf der Parabel p_1 sind zusammen mit Punkten C_n und D_n die Eckpunkte von Trapezen $A_nB_nC_nD_n$. Die Punkte $D_n\left(x \middle| -0,25x^2 + 2,5x + 1,75\right)$ liegen auf der Parabel p_2 und haben dieselbe Abszisse x wie die Punkte A_n und es gilt: $[A_nD_n] \parallel [B_nC_n]$ und $\overline{B_nC_n} = 8$ LE.
Zeichnen Sie die Trapeze $A_1B_1C_1D_1$ für $x = 2,5$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 3,5$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

D 1.4 Berechnen Sie auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet das Winkelmaß α des Winkels $B_1A_1D_1$ des Trapezes $A_1B_1C_1D_1$. 3 P

D 1.5 Bestimmen Sie, für welche Werte von x gilt: $\overline{A_nD_n} = \overline{B_nC_n}$. (Auf zwei Stellen nach den Komma runden.)
[Teilergebnis: $\overline{A_nD_n}(x) = (0,75x^2 - 3,5x + 5,75)$ LE] 3 P

D 1.6 Ermitteln Sie rechnerisch die kleinstmögliche Länge $\overline{A_0D_0}$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
Begründen Sie sodann, dass das zugehörige Trapez $A_0B_0C_0D_0$ den kleinstmöglichen Flächeninhalt hat. 2 P

Lösung

MII Nach D2

Prüfungsdauer: 150 Minuten

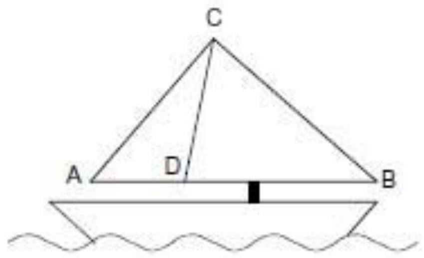
Abschlussprüfung 2004

an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik II **Nachtermin** **Aufgabe D 2**

D 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Segelschiff.
Für die Maße des Dreieckssegels ABC gilt: $\overline{AB} = 15,00\,m$, $\overline{AC} = 9,00\,m$ und $\overline{BC} = 9,50\,m$.



Hinweis für Berechnungen:
Runden Sie jeweils auf zwei Stellen nach dem Komma: Winkelmaße in °, Längen in m und Flächeninhalte in m².

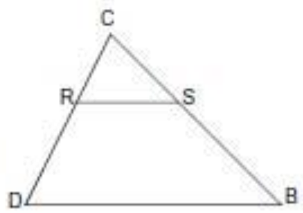
D 2.1 Zeichnen Sie das Dreieck ABC im Maßstab 1 : 100. Berechnen Sie das Maß α des Winkels BAC, das Maß β des Winkels CBA und den Inhalt der Segelfläche ABC.
[Teilergebnis: $\alpha = 36,96°$, $\beta = 34,72°$] 4 P

D 2.2 Das Segeltuch kann bei starkem Wind in zwei dreieckige Teilsegel zerlegt werden. Der Teilungspunkt D der Strecke [AB] ist 5,00 m vom Punkt A entfernt. Die Punkte A, D und C legen die Dreiecksfläche ADC des abnehmbaren Teilsegels fest.
Zeichnen Sie die Strecke [CD] in die Zeichnung zu 2.1 ein.
Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke [CD] und das Maß ε des Winkels DCB.
[Teilergebnis: $\overline{CD} = 5,84\,m$; $\varepsilon = 77,24°$] 3 P

D 2.3 Der Punkt C ist Mittelpunkt eines Kreises k, der die Seite [AB] im Punkt E berührt. Der Kreis k schneidet die Strecke [AC] im Punkt F, die Strecke [CD] im Punkt G und die Strecke [BC] im Punkt H.
Zeichnen Sie den innerhalb des Dreiecks verlaufenden Teil des Kreises k sowie die Punkte E, F, G und H in die Zeichnung zu 2.1 ein. 1 P

D 2.4 Ein Sichtfenster wird so eingearbeitet, dass es vom Kreisbogen $\widehat{FG}$ und den Strecken [AF], [AD] und [DG] begrenzt wird.
Berechnen Sie den Flächeninhalt des Sichtfensters und seinen prozentualen Anteil am Flächeninhalt des zugehörigen Teilsegels ADC.
[Teilergebnis: $\overline{CE} = 5,41\,m$] 4 P

D 2.5 Das Teilsegel DBC kann von der Spitze C her bis zur Strecke [RS] eingerollt werden. Das verbleibende trapezförmige Restsegel DBSR mit den Grundlinien [BD] und [RS] hat eine Höhe von h = 4,00 m.
Zeichnen Sie das trapezförmige Restsegel DBRS in die Zeichnung zu 2.1 ein.
Berechnen Sie sodann den Flächeninhalt der einrollbaren Segelfläche. 3 P



MII Nach D3

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2004** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik II | **Nachtermin** | **Aufgabe D 3**

D 3.0 Im Drachenviereck ABCD schneiden sich die Diagonalen [AC] und [BD] im Punkt M. Das Drachenviereck ABCD ist die Grundfläche einer Pyramide ABCDS, deren Spitze S senkrecht über M liegt.
Es gilt: $\overline{AC} = 10\text{ cm}$, $\overline{MC} = 2{,}5\text{ cm}$, $\overline{BD} = 6\text{ cm}$ und $\overline{MS} = 9\text{ cm}$

D 3.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei [AC] auf der Schrägbildachse liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$
Berechnen Sie sodann das Maß α des Winkels MAS auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
[Teilergebnis: $\alpha = 50{,}19°$] 3 P

D 3.2 Die Punkte $P_n \in [AS]$ mit $\overline{P_nS} = x\text{ cm}$ sind die Spitzen von Pyramiden Q_nBDP_n, wobei die Punkte Q_n jeweils die Fußpunkte der Lote von P_n auf [AM] sind. Die Winkel P_nMA haben das Maß ε.
Zeichnen Sie die Pyramide Q_1BDP_1 mit $x = 4$ in das Schrägbild zu 3.1 ein und ermitteln Sie rechnerisch, für welche Werte von x es Pyramiden Q_nBDP_n gibt.
Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke $[MP_1]$ und das Maß ε des Winkels P_1MA. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)
[Teilergebnis: $\overline{AS} = 11{,}72\text{ cm}$; $\overline{MP_1} = 6{,}46\text{ cm}$] 4 P

D 3.3 Zeigen Sie, dass für das Volumen V(x) der Pyramiden Q_nBDP_n in Abhängigkeit von x gilt: $V(x) = (-0{,}49x^2 + 5{,}76x)\text{ cm}^3$. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 4 P

D 3.4 Berechnen Sie den prozentualen Anteil des Volumens der Pyramide Q_1BDP_1 am Volumen der Pyramide ABCDS. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 3 P

D 3.5 Unter den Pyramiden Q_nBDP_n gibt es eine Pyramide Q_0BDP_0, bei der die Länge der Strecke $[MP_n]$ minimal ist.
Berechnen Sie die Länge der Strecke $[MP_0]$ und den zugehörigen Wert für x. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 2 P

Lösung