Besuchen Sie auch die Seite **http://www.matheaufgaben-loesen.de/** dort gibt es viele Aufgaben zu weiteren Themen.

Realschulabschlussprüfungen Bayern

2010 MI A1

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2010

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Name: ________________ Vorname: ________________

Klasse: ________ Platzziffer: ________ Punkte: ________

Aufgabe A 1 **Haupttermin**

A 1.0 In einem Handbuch zur Wetterkunde finden Sie im Kapitel Erdatmosphäre die nebenstehende Tabelle.

Höhe über dem Meeresspiegel	Luftdruck
0 m	1000 hPa
5500 m	500 hPa
11000 m	250 hPa
16500 m	125 hPa
22000 m	63 hPa

Der Zusammenhang zwischen der Höhe x m über dem Meeresspiegel und dem Luftdruck y hPa lässt sich demzufolge näherungsweise durch eine Exponentialfunktion der Form $y = y_0 \cdot k^x$ beschreiben ($\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$; $y_0 \in \mathbb{R}^+$; $k \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$).

A 1.1 Ermitteln Sie die zugehörige Funktionsgleichung. (Runden Sie den Wert für k auf sechs Stellen nach dem Komma.) 2 P

A 1.2 Berechnen Sie, von welcher Höhe über dem Meeresspiegel an der Luftdruck weniger als 777 hPa beträgt. 1 P

A 1.3 Kreuzen Sie an, um wie viel Prozent der Luftdruck alle 11 000 m abnimmt. 1 P

☐ 25% ☐ 50% ☐ 75% ☐ 250% ☐ 500% ☐ 750%

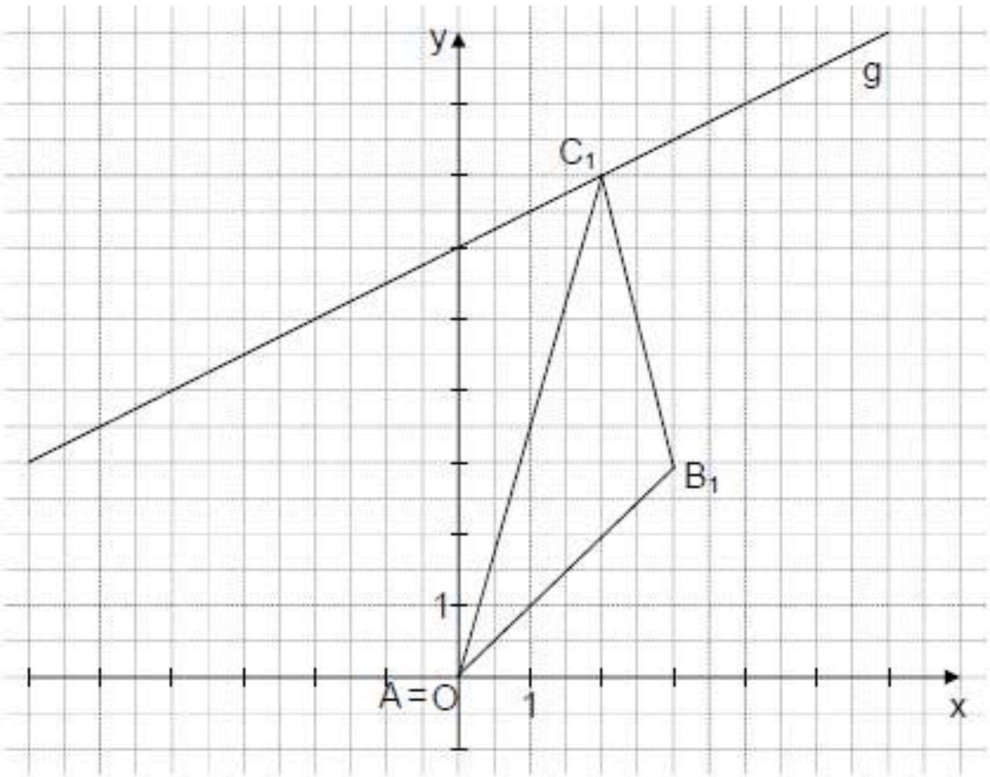
A 1.4 Begründen Sie ausgehend von der Tabelle zu 1.0, welcher Luftdruck 5 500 m unterhalb des Meeresspiegels im „tiefsten (zugänglichen) Bohrloch der Welt“ bei Windischeschenbach zu erwarten wäre. 1 P

Lösung

MI A2

Aufgabe A 2 — Haupttermin

A 2.0 Der Punkt $A(0|0)$ ist gemeinsamer Eckpunkt von gleichschenkligen Dreiecken AB_nC_n, wobei die Punkte $C_n\left(x \,\middle|\, \frac{1}{2}x+6\right)$ auf der Geraden g mit der Gleichung $y=\frac{1}{2}x+6$ liegen ($\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$). Die Basiswinkel B_nAC_n und AC_nB_n der Dreiecke AB_nC_n haben das Maß 30°.



A 2.1 In das Koordinatensystem zu 2.0 ist das Dreieck AB_1C_1 für $x=2$ eingezeichnet. Zeichnen Sie das Dreieck AB_2C_2 für $x=-3$ ein. 1 P

A 2.2 Zeigen Sie, dass für das Längenverhältnis der Strecken $[AB_n]$ und $[AC_n]$ gilt:
$\overline{AB_n}=\frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\overline{AC_n}$.
Bestätigen Sie sodann durch Rechnung, dass für den Flächeninhalt A der Dreiecke AB_nC_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte C_n gilt:
$A(x)=\frac{1}{4\sqrt{3}}\cdot(1{,}25x^2+6x+36)$ FE. 3 P

A 2.3 Unter den Dreiecken AB_nC_n hat das Dreieck AB_0C_0 den minimalen Flächeninhalt. Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes C_0. 2 P

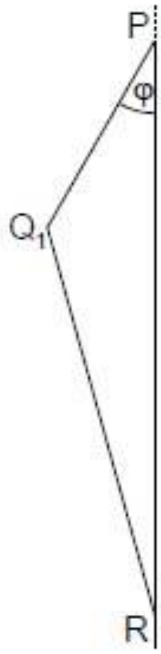
A 2.4 Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte B_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte C_n. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 3 P

MI A3

Aufgabe A 3 | Haupttermin

A 3.0 Gegeben sind Dreiecke PQ_nR mit den Seitenlängen $\overline{PQ_n} = 3$ cm und $\overline{PR} = 8$ cm.
Die Winkel Q_nPR haben das Maß φ mit $\varphi \in]0°;90°[$.

Die nebenstehende Zeichnung zeigt das Dreieck PQ_1R für $\varphi = 30°$.



A 3.1 Geben Sie die Länge der Strecken $[Q_nR]$ in Abhängigkeit von φ an. 1 P

A 3.2 Die Dreiecke PQ_nR rotieren um die Gerade PR.
Zeigen Sie durch Rechnung, dass für den Oberflächeninhalt O der entstehenden Rotationskörper in Abhängigkeit von φ gilt:
$O(\varphi) = 3 \cdot \pi \cdot \sin\varphi \cdot \left(3 + \sqrt{73 - 48 \cdot \cos\varphi}\right) \text{cm}^2$. 2 P

A 3.3 Die entstehenden Rotationskörper setzen sich jeweils aus zwei Kegeln zusammen.
Berechnen Sie, für welches Winkelmaß φ der Mantelflächeninhalt des Kegels mit der Spitze P einen Anteil von 30% am Oberflächeninhalt O des entstehenden Rotationskörpers hat. 2 P

Lösung

MI B1

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2010

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 1 **Haupttermin**

B 1.0 Gegeben ist die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = -\log_{0,5}(x+2) + 2$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

B 1.1 Geben Sie die Definitionsmenge der Funktion f_1 sowie die Gleichung der Asymptote h an und zeichnen Sie den Graphen zu f_1 für $x \in [-1,5; 9]$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-3 \leqq x \leqq 11$; $-5 \leqq y \leqq 8$. 3 P

B 1.2 Der Graph der Funktion f_1 wird durch orthogonale Affinität mit der x-Achse als Affinitätsachse und dem Affinitätsmaßstab $k = 2$ sowie anschließende Parallelverschiebung mit dem Vektor $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -7 \end{pmatrix}$ auf den Graphen der Funktion f_2 abgebildet.
Zeigen Sie rechnerisch, dass die Funktion f_2 die Gleichung $y = -2 \cdot \log_{0,5} x - 3$ hat ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$). 3 P

B 1.3 Geben Sie die Definitionsmenge der Funktion f_2 an und zeichnen Sie den Graphen zu f_2 in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

B 1.4 Punkte $A_n(x \mid -2 \cdot \log_{0,5} x - 3)$ auf dem Graphen zu f_2 und Punkte $D_n(x \mid -\log_{0,5}(x+2) + 2)$ auf dem Graphen zu f_1 haben dieselbe Abszisse x und sind zusammen mit Punkten B_n und C_n die Eckpunkte von Parallelogrammen $A_nB_nC_nD_n$. Es gilt: $\overrightarrow{D_nC_n} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$.
Zeichnen Sie das Parallelogramm $A_1B_1C_1D_1$ für $x = 1$ und das Parallelogramm $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 4$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.
Ermitteln Sie rechnerisch, für welche Belegungen von x es Parallelogramme $A_nB_nC_nD_n$ gibt. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 4 P

B 1.5 Die Winkel $B_nA_nD_n$ haben stets das gleiche Maß.
Berechnen Sie das Maß der Winkel $B_nA_nD_n$. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 1 P

B 1.6 Das Parallelogramm $A_3B_3C_3D_3$ ist eine Raute.
Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes A_3.
[Teilergebnis: $\overline{A_nD_n}(x) = \left[\log_{0,5}\left(\frac{x^2}{x+2}\right) + 5\right]$ LE] 4 P

MI B2

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2010

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 2 **Haupttermin**

B 2.0 Die Raute ABCD mit den Diagonalen [AC] und [BD] ist die Grundfläche einer Pyramide ABCDS, deren Spitze S senkrecht über dem Diagonalenschnittpunkt M der Raute ABCD liegt. Es gilt: $\overline{AC} = 10\text{ cm}$; $\overline{BD} = 12\text{ cm}$; $\sphericalangle CAS = 60°$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei die Strecke [AC] auf der Schrägbildachse und der Punkt A links vom Punkt C liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.
Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke [MS].
[Ergebnis: $\overline{MS} = 8,66\text{ cm}$] 3 P

B 2.2 Parallele Ebenen zur Grundfläche der Pyramide ABCDS schneiden die Kanten der Pyramide ABCDS in den Punkten $E_n \in [AS]$, $F_n \in [BS]$, $G_n \in [CS]$ und $H_n \in [DS]$, wobei die Winkel E_nMA das Maß φ mit $\varphi \in]0°; 90°[$ haben. Die Rauten $E_nF_nG_nH_n$ sind die Grundflächen von Pyramiden $E_nF_nG_nH_nM$ mit der Spitze M.
Zeichnen Sie die Pyramide $E_1F_1G_1H_1M$ für $\varphi = 55°$ in das Schrägbild zu 2.1 ein. 1 P

B 2.3 Berechnen Sie die Länge der Seitenkanten $[E_nM]$ der Pyramiden $E_nF_nG_nH_nM$ in Abhängigkeit von φ.
[Ergebnis: $\overline{E_nM}(\varphi) = \frac{4,33}{\sin(60° + \varphi)}\text{ cm}$] 2 P

B 2.4 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Diagonalen $[E_nG_n]$ der Rauten $E_nF_nG_nH_n$ in Abhängigkeit von φ gilt:
$\overline{E_nG_n}(\varphi) = \frac{8,66 \cdot \cos\varphi}{\sin(60° + \varphi)}\text{ cm}$. 3 P

B 2.5 Die Punkte E_n, F_n, G_n, H_n, M und S sind die Eckpunkte von Körpern, die sich jeweils aus zwei Pyramiden zusammensetzen.
Begründen Sie, dass sich das Volumen V dieser Körper wie folgt berechnen lässt:
$V = \frac{1}{3} \cdot A_{\text{Rauten } E_nF_nG_nH_n} \cdot \overline{MS}$.
Berechnen Sie sodann das Volumen V dieser Körper in Abhängigkeit von φ.
[Ergebnis: $V(\varphi) = 129,87 \cdot \left(\frac{\cos\varphi}{\sin(60° + \varphi)}\right)^2\text{ cm}^3$] 5 P

B 2.6 Für den Körper mit den Eckpunkten E_0, F_0, G_0, H_0, M und S gilt: $\overline{E_0M} = 4,33\text{ cm}$.
Berechnen Sie den prozentualen Anteil des Volumens dieses Körpers am Volumen der Pyramide ABCDS. 3 P

Lösung

MI Nach A1

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2010

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

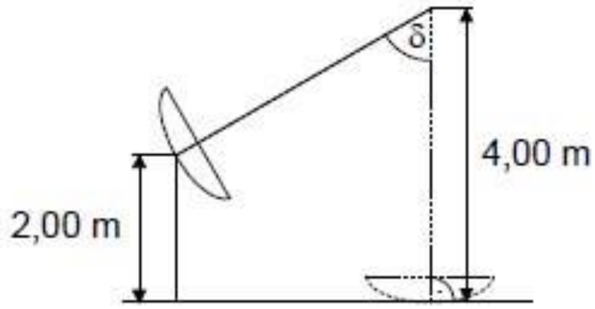
Name: ______________________________ Vorname: ______________________________

Klasse: ______________ Platzziffer: ______________ Punkte: ______________

Aufgabe A 1 — Nachtermin

A 1.0 Lenkt man eine Schiffschaukel auf eine Anfangshöhe von 2,00 m aus und lässt sie dann schwingen, so nimmt die maximal erreichte Höhe nach jeder Schwingung um 10% ab.

Die nebenstehende Skizze zeigt den Anfangszustand.



A 1.1 Ergänzen Sie die Tabelle. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 1 P

Anzahl der Schwingungen	0	1	2	3
Maximal erreichte Höhe in m	2,00			

A 1.2 Der Zusammenhang zwischen der Anzahl x der Schwingungen und der maximal erreichten Höhe y m lässt sich näherungsweise durch eine Exponentialfunktion der Form $y = y_0 \cdot k^x$ beschreiben ($\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$; $y_0 \in \mathbb{R}^+$; $k \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$).
Geben Sie die Funktionsgleichung an. 1 P

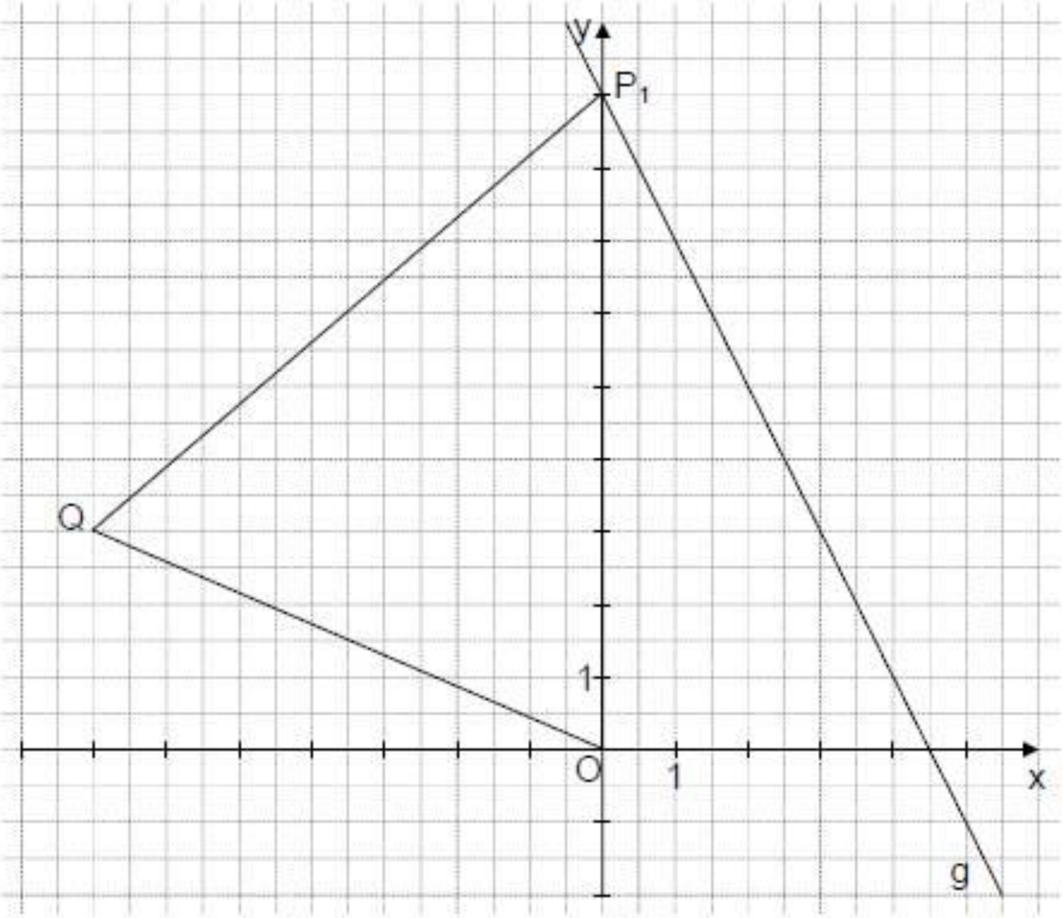
A 1.3 Ermitteln Sie durch Rechnung die Anzahl der Schwingungen, nach der die maximal erreichte Höhe erstmals weniger als 0,25 m beträgt. 1 P

A 1.4 Berechnen Sie das Maß δ des Auslenkungswinkels am Ende der vierten Schwingung. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 2 P

MI Nach A2

A 2.0 Die Punkte $O(0|0)$ und $Q(-7|3)$ sind für $x < 5{,}73$ gemeinsame Eckpunkte von Dreiecken OP_nQ, wobei die Punkte $P_n(x|-2x+9)$ auf der Geraden g mit der Gleichung $y = -2x + 9$ liegen ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$).

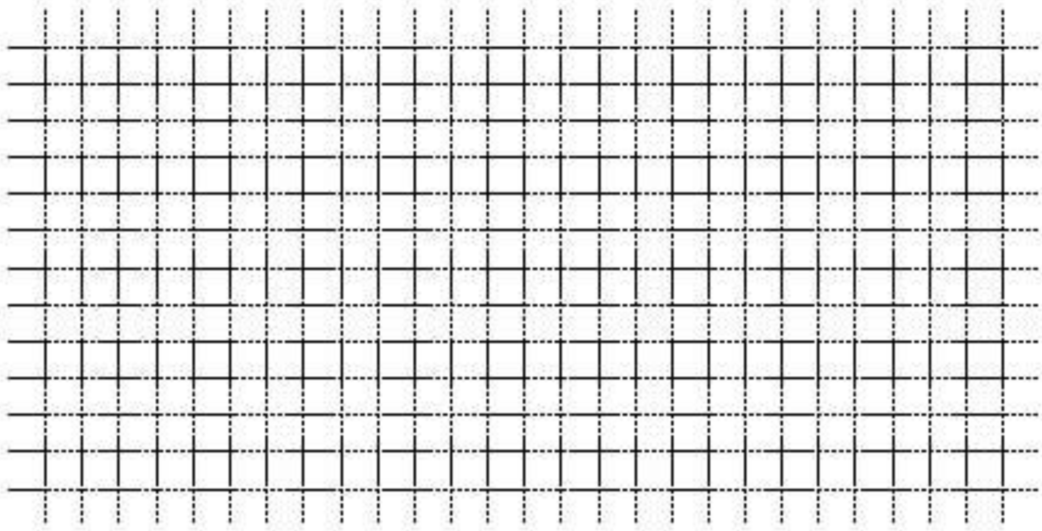
Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 2.1 In das Koordinatensystem zu 2.0 ist das Dreieck OP_1Q für $x = 0$ eingezeichnet. Zeichnen Sie das Dreieck OP_2Q für $x = 4$ ein. 1 P

A 2.2 Im Dreieck OP_3Q gilt: $\sphericalangle P_3OQ = 90°$.
Berechnen Sie den zugehörigen Wert von x. 2 P

A 2.3 Das Dreieck OP_4Q ist gleichschenklig und hat die Basis $[P_4Q]$.
Zeichnen Sie das Dreieck OP_4Q in das Koordinatensystem zu 2.0 ein und bestimmen Sie sodann rechnerisch die Koordinaten des Punktes P_4. 2 P



A 2.4 Die Dreiecke OP_nQ werden zu Drachenvierecken OP_nQR_n mit der Geraden OQ als Symmetrieachse ergänzt.
Ermitteln Sie durch Rechnung die Gleichung des Trägergraphen t der Punkte R_n. 4 P

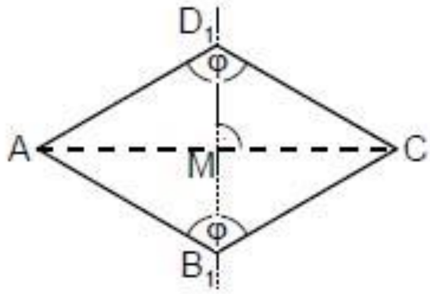
Lösung

MI Nach A3

Aufgabe A 3 **Nachtermin**

A 3.0 Die Axialschnitte von Rotationskörpern sind Rauten AB_nCD_n mit $\overline{AC} = 5\text{ cm}$. Die Winkel AD_nC und CB_nA haben das Maß φ mit $\varphi \in]0°;180°[$.
Die Geraden B_nD_n sind die Rotationsachsen.

Die nebenstehende Skizze zeigt den Axialschnitt für $\varphi = 120°$.



A 3.1 Berechnen Sie das Volumen V der Rotationskörper in Abhängigkeit von φ. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma.

[Ergebnis: $V(\varphi) = \dfrac{32,72}{\tan\frac{\varphi}{2}}\text{ cm}^3$] 2 P

A 3.2 Den Rauten AB_nCD_n werden Quadrate $E_nF_nG_nH_n$ einbeschrieben mit $E_n \in [AB_n]$, $F_n \in [B_nC]$, $G_n \in [CD_n]$ und $H_n \in [D_nA]$. Es gilt: $E_nH_n \parallel B_nD_n$.
Zeichnen Sie das Quadrat $E_1F_1G_1H_1$ in den Axialschnitt zu 3.0 ein. 1 P

A 3.3 Der Rotationskörper, dessen Axialschnitt die Raute AB_2CD_2 ist, hat das Volumen $32,72\text{ cm}^3$.
Bestimmen Sie die Seitenlänge des Quadrates $E_2F_2G_2H_2$. 2 P

MI Nach B1

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2010

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 1 **Nachtermin**

B 1.0 Gegeben ist die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = \log_2(x+3)+2$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

B 1.1 Geben Sie die Definitionsmenge und die Wertemenge der Funktion f_1 sowie die Gleichung der Asymptote h an.
Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes S des Graphen der Funktion f_1 mit der x-Achse und zeichnen Sie den Graphen zu f_1 für $x \in [-2{,}8; 9]$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4 \leqq x \leqq 10$; $-3 \leqq y \leqq 6$. 4 P

B 1.2 Der Graph der Funktion f_1 wird durch Parallelverschiebung mit dem Vektor $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ auf den Graphen der Funktion f_2 abgebildet.
Ermitteln Sie durch Rechnung die Gleichung der Funktion f_2 und zeichnen Sie den Graphen zu f_2 in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

B 1.3 Punkte $C_n(x \mid \log_2(x+3)+2)$ auf dem Graphen zu f_1 und Punkte $M_n(x \mid \log_2 x)$ auf dem Graphen zu f_2 haben dieselbe Abszisse x. Für $x > 0$ sind die Punkte C_n zusammen mit Punkten A_n und B_n die Eckpunkte von gleichschenkligen Dreiecken $A_nB_nC_n$ mit den Basen $[A_nB_n]$. Die Punkte M_n sind die Mittelpunkte der Basen $[A_nB_n]$. Es gilt: $\overline{A_nB_n} = 8$ LE.
Zeichnen Sie das Dreieck $A_1B_1C_1$ für $x = 2$ und das Dreieck $A_2B_2C_2$ für $x = 5$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 1 P

B 1.4 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Strecken $[M_nC_n]$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte C_n gilt:
$$\overline{M_nC_n}(x) = \left[\log_2\left(\frac{x+3}{x}\right)+2\right] \text{LE}.$$
1 P

B 1.5 Das Dreieck $A_3B_3C_3$ hat den Flächeninhalt 15 FE.
Berechnen Sie die x-Koordinate des Punktes C_3. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 3 P

B 1.6 Das Dreieck $A_4B_4C_4$ ist gleichseitig.
Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes C_4. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 3 P

B 1.7 Der Eckpunkt A_5 des Dreiecks $A_5B_5C_5$ liegt auf dem Graphen zu f_1.
Ermitteln Sie durch Rechnung die x-Koordinate des Punktes A_5. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 3 P

Lösung

MI Nach B2

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2010

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 2 **Nachtermin**

B 2.0 Das gleichschenklige Dreieck ABC mit der Basis [AB] ist die Grundfläche eines geraden Prismas ABCDEF. Der Punkt $G \in [AB]$ ist der Fußpunkt der Höhe [CG] des Dreiecks ABC. Der Punkt $H \in [DE]$ liegt senkrecht über dem Punkt G.
Es gilt: $\overline{AB} = 8\text{ cm}$; $\overline{AD} = 9\text{ cm}$; $\overline{CG} = 10\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild des Prismas ABCDEF, wobei die Strecke [CG] auf der Schrägbildachse und der Punkt C links vom Punkt G liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.
Berechnen Sie sodann das Maß des Winkels HGF.
[Ergebnis: $\sphericalangle HGF = 48{,}01°$] 3 P

B 2.2 Der Punkt T liegt auf der Strecke [GH]. Es gilt: $\overline{HT} = 4\text{ cm}$. Punkte P_n auf der Strecke [FG] sind zusammen mit den Punkten G und T die Eckpunkte von Dreiecken GTP_n. Die Winkel P_nTG haben das Maß φ.
Zeichnen Sie das Dreieck GTP_1 für $\varphi = 70°$ in das Schrägbild zu 2.1 ein.
Für alle Dreiecke GTP_n gilt: $\varphi \in]0°;111{,}80°]$.
Begründen Sie die obere Intervallgrenze. 2 P

B 2.3 Berechnen Sie die Länge der Strecken $[GP_n]$ in Abhängigkeit von φ.
[Ergebnis: $\overline{GP_n}(\varphi) = \frac{5 \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 48{,}01°)}\text{ cm}$] 2 P

B 2.4 Das Dreieck GTP_0 ist gleichschenklig und hat die Basis [GT].
Ermitteln Sie durch Rechnung die Länge der Strecke $[GP_0]$. 2 P

B 2.5 Die Punkte P_n sind die Spitzen von Pyramiden $ABCP_n$ mit den Höhen $[P_nK_n]$, deren Fußpunkte K_n auf der Strecke [CG] liegen.
Zeichnen Sie die Pyramide $ABCP_1$ in das Schrägbild zu 2.1 ein und ermitteln Sie sodann rechnerisch das Volumen V der Pyramiden $ABCP_n$ in Abhängigkeit von φ.
[Ergebnis: $V(\varphi) = \frac{44{,}67 \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 48{,}01°)}\text{ cm}^3$] 5 P

B 2.6 Das Volumen der Pyramide $ABCP_2$ ist um 80% kleiner als das Volumen des Prismas ABCDEF.
Berechnen Sie das zugehörige Winkelmaß φ. 3 P

MII A1

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2010

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Name: ______________________ Vorname: ______________________

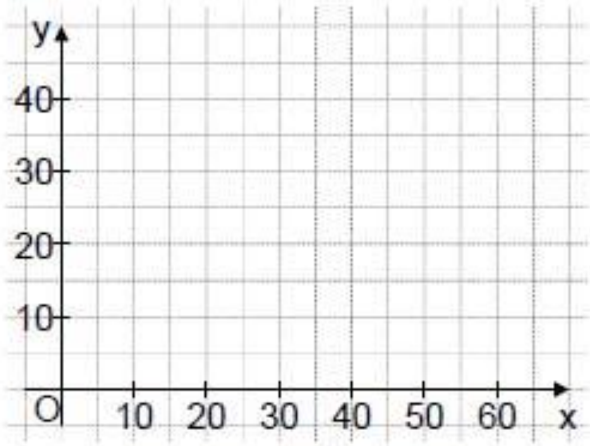
Klasse: ______________ Platzziffer: ______________ Punkte: ______________

Aufgabe A 1 Haupttermin

A 1.0 Das radioaktive Cäsium-137 wird in der Medizin eingesetzt. Es zerfällt in das stabile Barium-137. Für eine Anfangsmasse von 40 g Cäsium-137 lässt sich die nach x Jahren noch nicht zerfallene Masse y g durch die Funktion f mit der Gleichung $y = 40 \cdot 0{,}9772^x$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$ darstellen.

A 1.1 Ergänzen Sie die Wertetabelle auf Ganze gerundet.
Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f in das Koordinatensystem. 2 P

x	0	10	20	30	40	50	60
$40 \cdot 0{,}9772^x$							



A 1.2 Geben Sie mithilfe des Graphen zu f an, nach wie vielen Jahren die noch nicht zerfallene Masse 18 g ist. 1 P

A 1.3 Cäsium-137 zerfällt mit einer Halbwertszeit von 30 Jahren, das heißt nach jeweils 30 Jahren hat sich die noch nicht zerfallene Masse halbiert.
Begründen Sie, nach wie vielen Jahren die noch nicht zerfallene Masse ein Achtel der Anfangsmasse von 40 g ist. 2 P

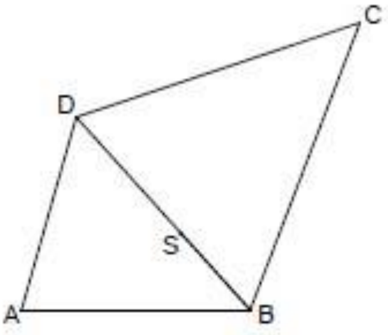
Lösung

MII A2

Aufgabe A 2 **Haupttermin**

A 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt den Plan einer viereckigen Grünfläche.
Gegeben sind folgende Maße:
$\overline{AB} = 78{,}0\,\text{m}$; $\overline{BC} = 105{,}0\,\text{m}$;
$\overline{BS} = 35{,}0\,\text{m}$; $\sphericalangle BAD = 74°$;
$\sphericalangle DBA = 48°$; $\sphericalangle CBD = 63°$.

Runden Sie im Folgenden auf eine Stelle nach dem Komma.



A 2.1 Zeichnen Sie das Viereck ABCD im Maßstab 1:1000 und zeichnen Sie den Punkt $S \in [BD]$ ein. 2 P

A 2.2 Viele Fußgänger benutzen eine Abkürzung über die Grünfläche, sodass sich bereits ein Trampelpfad gebildet hat, der zwischen den Punkten B und D im Plan verläuft.
Berechnen Sie die Länge der Strecke [BD]. 2 P

A 2.3 Auf der Grünfläche wird eine große kreisförmige Skateranlage angelegt.
Im Plan bildet der Mittelpunkt M der Strecke [SC] den Mittelpunkt des Kreises k.
Der Kreis k berührt die Strecke [BC] im Punkt E.
Zeichnen Sie die Strecke [ME] und den Kreis k in die Zeichnung zu 2.1 ein.
Berechnen Sie sodann den Flächeninhalt A des Kreises k.
[Teilergebnis: $\overline{SC} = 94,4 \text{ m}$] 5 P

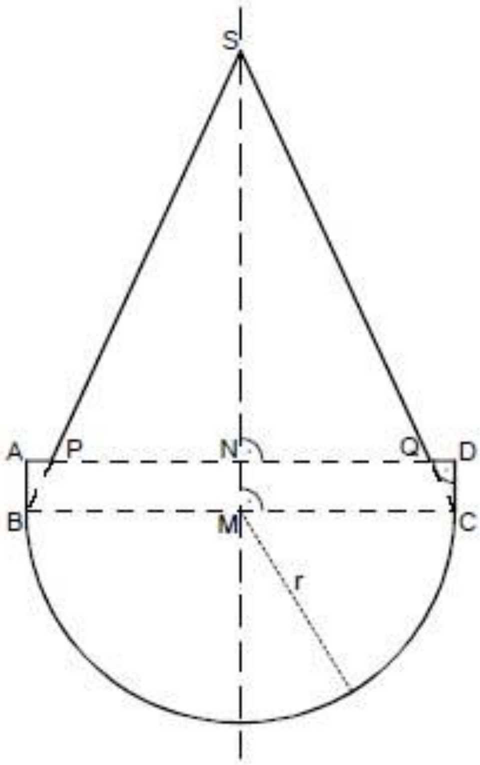
MII A3

Aufgabe A 3 **Haupttermin**

A 3

Die nebenstehende Skizze zeigt den Axialschnitt des Grundkörpers eines Stehaufmännchens.
MS ist die Symmetrieachse.
Es gilt: $\overline{MB} = 6,0 \text{ cm}$; $r = \overline{MB} = \overline{MC}$;
$\overline{AB} = 1,4 \text{ cm}$; $\sphericalangle BSC = 50°$.

Berechnen Sie das Volumen V des Grundkörpers. Runden Sie auf eine Stelle nach dem Komma.



5 P

Lösung

MII B1

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2010

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 1 **Haupttermin**

B 1.0 Die Parabel p hat den Scheitel $S(2|8)$ und verläuft durch den Punkt $C(4|7)$. Sie hat eine Gleichung der Form $y = ax^2 + bx + c$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ und $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$; $b, c \in \mathbb{R}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Zeigen Sie durch Rechnung, dass die Parabel p die Gleichung $y = -0,25x^2 + x + 7$ hat.
Zeichnen Sie die Parabel p für $x \in [-2; 8]$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-3 \leqq x \leqq 9$; $-2 \leqq y \leqq 9$. 4 P

B 1.2 Punkte $B_n(x|-0,25x^2 + x + 7)$ auf der Parabel p sind für $x > 4$ zusammen mit dem Punkt C und Punkten A_n die Eckpunkte von Dreiecken A_nB_nC mit $\overline{A_nB_n} = 6$ LE.
Die Punkte A_n und B_n haben dieselbe Ordinate y.
Zeichnen Sie das Dreieck A_1B_1C für $x = 7$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.
Begründen Sie sodann, dass das Dreieck A_1B_1C nicht gleichseitig ist. 4 P

B 1.3 Bestätigen Sie durch Rechnung, dass für den Flächeninhalt A der Dreiecke A_nB_nC in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte B_n gilt:
$A(x) = (0,75x^2 - 3x)$ FE. 2 P

B 1.4 Der Flächeninhalt des Dreiecks A_2B_2C beträgt 12 FE.
Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes B_2. 3 P

B 1.5 Im Dreieck A_3B_3C ist der Punkt $F_3 \in [A_3B_3]$ der Fußpunkt der Höhe $[F_3C]$. Der Winkel F_3CB_3 hat das Maß 32°.
Zeichnen Sie das Dreieck A_3B_3C in das Koordinatensystem zu 1.1 ein und berechnen Sie sodann die x-Koordinate des Punktes B_3. 4 P

MII B2

Prüfungsdauer:
150 Minuten

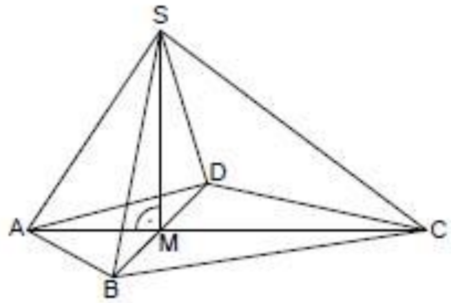
Abschlussprüfung 2010

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 2 **Haupttermin**

B 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCDS, deren Grundfläche das Drachenviereck ABCD mit der Geraden AC als Symmetrieachse ist.
Die Spitze S der Pyramide ABCDS liegt senkrecht über dem Diagonalenschnittpunkt M des Drachenvierecks ABCD.
Es gilt: $\overline{AC} = 12\text{ cm}$; $\overline{BD} = 8\text{ cm}$;
$\overline{AM} = 4\text{ cm}$; $\overline{CS} = 10\text{ cm}$.



Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei die Strecke [AC] auf der Schrägbildachse und der Punkt A links vom Punkt C liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.
Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke [MS] und das Maß des Winkels SCM.
[Ergebnisse: $\overline{MS} = 6\text{ cm}$; $\sphericalangle SCM = 36{,}87°$] 4 P

B 2.2 Der Punkt $R \in [MS]$ mit $\overline{MR} = 1{,}5\text{ cm}$ ist der Mittelpunkt der Strecke [FG] mit $F \in [BS]$ und $G \in [DS]$. Es gilt: $FG \parallel BD$.
Zeichnen Sie die Strecke [FG] in das Schrägbild zu 2.1 ein und berechnen Sie sodann die Länge der Strecke [FG].
[Ergebnis: $\overline{FG} = 6\text{ cm}$] 2 P

B 2.3 Die Punkte F und G sind zusammen mit dem Punkt $E \in [AS]$ die Eckpunkte des Dreiecks EFG, wobei gilt: $ER \parallel AM$.
Zeichnen Sie das Dreieck EFG in das Schrägbild zu 2.1 ein und ermitteln Sie sodann rechnerisch den prozentualen Anteil des Volumens der Pyramide EFGS am Volumen der Pyramide ABDS. 4 P

B 2.4 Punkte P_n liegen auf der Strecke [CS], wobei die Winkel SP_nR das Maß φ haben mit $\varphi \in]26{,}25°; 126{,}87°[$.
Zeichnen Sie das Dreieck P_1SR für $\varphi = 100°$ in das Schrägbild zu 2.1 ein.
Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke $[RP_1]$ und den Flächeninhalt des Dreiecks P_1SR.
[Ergebnis: $\overline{RP_1} = 3{,}66\text{ cm}$] 3 P

B 2.5 Der Abstand des Punktes P_2 von der Geraden AC ist 3 cm.
Zeichnen Sie den Punkt P_2 in das Schrägbild zu 2.1 ein und berechnen Sie sodann das Maß des Winkels SP_2R. 4 P

Lösung

MII Nach A1

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2010

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

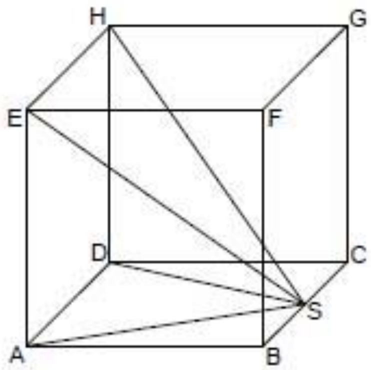
Name: ______________________________ Vorname: ____________________________

Klasse: ________________ Platzziffer: ________________ Punkte: ________________

Aufgabe A 1 **Nachtermin**

A 1.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild des Würfels ABCDEFGH, dem eine Pyramide ADHES einbeschrieben ist. Die Spitze S der Pyramide ADHES liegt auf der Kante [BC] des Würfels ABCDEFGH.

Es gilt: $\overline{AB} = 6\text{ cm}$; $\overline{BS} = 3\text{ cm}$.



A 1.1 Berechnen Sie das Maß α des Winkels HSE. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 4 P

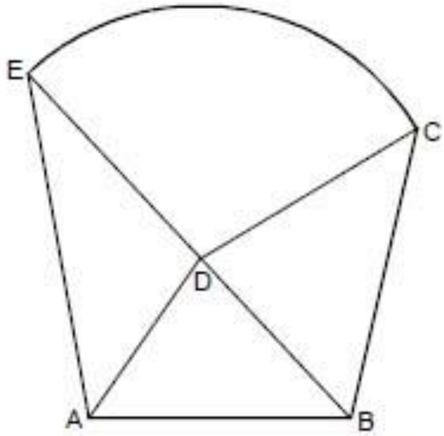
A 1.2 Kreuzen Sie an, um wie viel Prozent das Volumen des Würfels ABCDEFGH größer ist als das Volumen der einbeschriebenen Pyramide ADHES. 1 P

☐ $33,\overline{3}\%$ ☐ $66,\overline{6}\%$ ☐ $133,\overline{3}\%$ ☐ $166,\overline{6}\%$ ☐ 200% ☐ 300%

MII Nach A2

Aufgabe A 2 **Nachtermin**

A 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt den Grundriss einer Bühne, welcher durch die Strecken [EA], [AB] und [BC] sowie den Kreisbogen $\overset{\frown}{CE}$ begrenzt wird.
Der Punkt D liegt auf der Strecke [BE] und ist der Mittelpunkt des Kreises mit dem Radius $r = \overline{DE} = \overline{DC}$.
Gegeben sind folgende Maße:
$\overline{EA} = 8,00\ \text{m}$; $\overline{AB} = 6,00\ \text{m}$;
$\overline{BE} = 10,80\ \text{m}$; $\sphericalangle DAE = 45°$;
$\sphericalangle CBE = 56°$.



Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

A 2.1 Zeichnen Sie den Grundriss der Bühne im Maßstab 1:100. 2 P

A 2.2 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Strecke [DE] gilt:
$\overline{DE} = 5{,}78\ \text{m}$.
[Teilergebnis: $\sphericalangle AEB = 33{,}17°$] 3 P

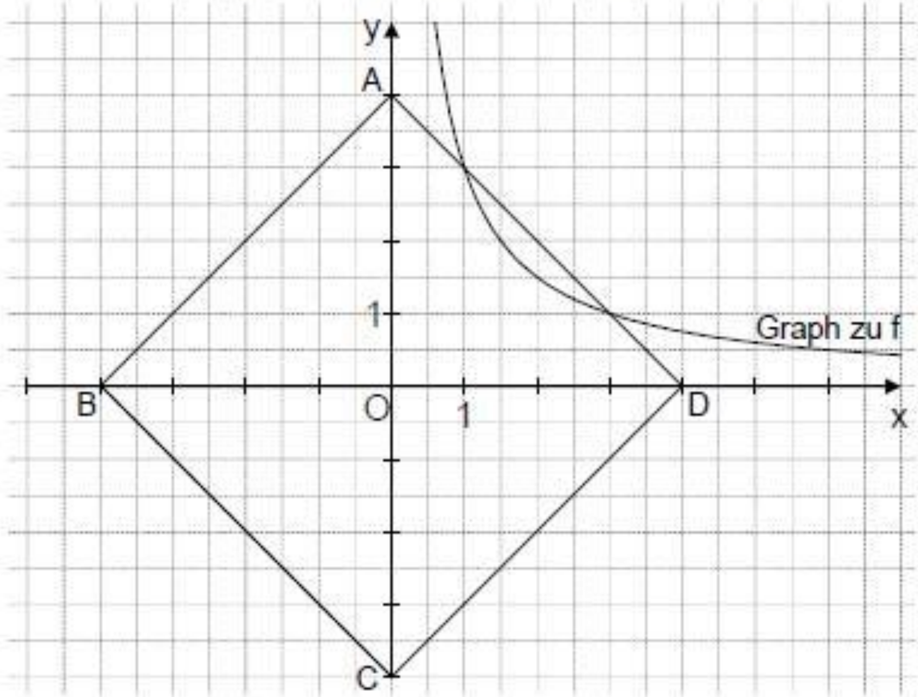
A 2.3 Der Kreissektor, der durch die Strecken [ED] und [DC] sowie den Kreisbogen $\overset{\frown}{CE}$ begrenzt wird, dient als Hebebühne für Showeffekte.
Berechnen Sie den Flächeninhalt A dieses Kreissektors.
[Teilergebnis: $\sphericalangle DCB = 46{,}06°$] 4 P

Lösung

MII Nach A3

Aufgabe A 3 — Nachtermin

A 3.0 Gegeben sind die Funktion f mit der Gleichung $y = \frac{3}{x}$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+$ und das Quadrat ABCD mit den Eckpunkten $A(0|4)$, $B(-4|0)$, $C(0|-4)$ und $D(4|0)$.



A 3.1 Der Graph zu f schneidet die Gerade AD in den Punkten S_1 und S_2.
Bestätigen Sie durch Rechnung, dass für die Koordinaten der Punkte S_1 und S_2 gilt:
$S_1(3|1)$; $S_2(1|3)$. 2 P

A 3.2 Die Punkte S_1 und S_2 sind zusammen mit den Punkten S_3 und S_4 die Eckpunkte des Rechtecks $S_1S_2S_3S_4$, wobei die Punkte S_3 und S_4 auf der Geraden BC liegen.
Zeichnen Sie das Rechteck $S_1S_2S_3S_4$ in das Koordinatensystem zu 3.0 ein und berechnen Sie sodann den Flächeninhalt A des Rechtecks $S_1S_2S_3S_4$. 3 P

MII Nach B1

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2010

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 1 **Nachtermin**

B 1.0 Die Parabel p hat eine Gleichung der Form $y = 0,25x^2 + bx + c$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ und $b, c \in \mathbb{R}$. Die x-Koordinaten der Schnittpunkte der Parabel p mit der x-Achse sind 2 und 6. Die Gerade g hat die Gleichung $y = 0,25x - 4$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Zeigen Sie durch Berechnung der Werte für b und c, dass die Parabel p die Gleichung $y = 0,25x^2 - 2x + 3$ hat.
Zeichnen Sie die Parabel p und die Gerade g für $x \in [-2; 10]$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-3 \leqq x \leqq 11$; $-5 \leqq y \leqq 9$. 5 P

B 1.2 Punkte $B_n(x \mid 0,25x^2 - 2x + 3)$ auf der Parabel p und Punkte $C_n(x \mid 0,25x - 4)$ auf der Geraden g haben dieselbe Abszisse x und sind zusammen mit Punkten A_n und D_n die Eckpunkte von Parallelogrammen $A_nB_nC_nD_n$. Die x-Koordinate der Punkte D_n, die ebenfalls auf der Geraden g liegen, ist um 3 größer als die Abszisse x der Punkte C_n.
Zeichnen Sie das Parallelogramm $A_1B_1C_1D_1$ für $x = -1$ und das Parallelogramm $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 6$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

B 1.3 Unter den Parallelogrammen $A_nB_nC_nD_n$ hat das Parallelogramm $A_0B_0C_0D_0$ den minimalen Flächeninhalt.
Berechnen Sie den Flächeninhalt des Parallelogramms $A_0B_0C_0D_0$.
[Teilergebnis: $\overline{B_nC_n}(x) = (0,25x^2 - 2,25x + 7)$ LE] 4 P

B 1.4 Zeigen Sie rechnerisch, dass die Winkel $D_nC_nB_n$ stets das Maß 75,96° besitzen. 2 P

B 1.5 Punkte E_n, die wie die Punkte D_n auf der Geraden g liegen, sind zusammen mit den Punkten A_n und D_n die Eckpunkte von rechtwinkligen Dreiecken $A_nD_nE_n$ mit den Hypotenusen $[A_nD_n]$.
Zeichnen Sie das Dreieck $A_1D_1E_1$ für $x = -1$ und das Dreieck $A_2D_2E_2$ für $x = 6$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 1 P

B 1.6 Für die Dreiecke $A_3D_3E_3$ und $A_4D_4E_4$ gilt: $\overline{D_3E_3} = \overline{D_4E_4} = 1,00$ LE.
Berechnen Sie die zugehörigen Werte für x. 3 P

Lösung

MII Nach B2

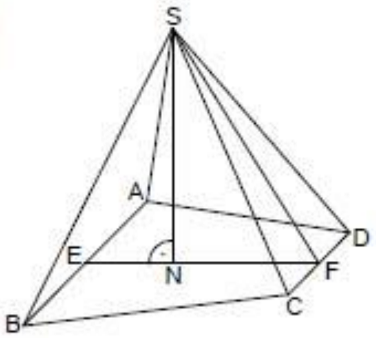
Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2010
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 2 **Nachtermin**

B 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCDS, deren Grundfläche das gleichschenklige Trapez ABCD mit $AB \parallel CD$ ist.
Der Punkt E ist der Mittelpunkt der Strecke [AB], der Punkt F ist der Mittelpunkt der Strecke [CD].
Der Punkt N liegt auf der Strecke [EF].
Die Spitze S der Pyramide ABCDS liegt senkrecht über dem Punkt N.
Es gilt: $\overline{AB} = 12\text{ cm}$; $\overline{CD} = 6\text{ cm}$; $\overline{EF} = 8\text{ cm}$;
$\overline{EN} = 3\text{ cm}$; $\overline{SN} = 8\text{ cm}$.



Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei die Strecke [EF] auf der Schrägbildachse und der Punkt E links vom Punkt F liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.
Berechnen Sie sodann das Maß des Winkels SFN und die Länge der Strecke [SF].
[Ergebnisse: $\sphericalangle SFN = 57{,}99°$; $\overline{SF} = 9{,}43\text{ cm}$] 4 P

B 2.2 Eine Parallele zur Geraden AB durch den Punkt N schneidet die Strecke [AD] im Punkt G und die Strecke [BC] im Punkt H.
Zeichnen Sie die Strecke [GH] in das Schrägbild zu 2.1 ein und zeigen Sie sodann durch Rechnung, dass für die Länge der Strecke [GH] gilt:
$\overline{GH} = 9{,}75\text{ cm}$. 3 P

B 2.3 Das Dreieck GHF ist die Grundfläche von Pyramiden $GHFP_n$, deren Spitzen P_n auf der Strecke [SF] liegen.
Für die Pyramide $GHFP_1$ gilt: $\overline{FP_1} = 7{,}5\text{ cm}$.
Zeichnen Sie die Pyramide $GHFP_1$ in das Schrägbild zu 2.1 ein.
Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke $[NP_1]$ und das Maß des Winkels FNP_1.
[Ergebnis: $\overline{NP_1} = 6{,}44\text{ cm}$] 3 P

B 2.4 Berechnen Sie das Volumen der Pyramide $GHFP_1$.
Bestimmen Sie sodann durch Rechnung den prozentualen Anteil des Volumens der Pyramide $GHFP_1$ am Volumen der Pyramide ABCDS. 4 P

B 2.5 Für die Länge der Strecken $[NP_n]$ gilt: $\overline{NP_n} = x\text{ cm}$ $(x \in \mathbb{R}^+)$.
Für $x = 4{,}5$ erhält man die Pyramide $GHFP_2$ und die Pyramide $GHFP_3$.
Zeichnen Sie die Strecken $[NP_2]$ und $[NP_3]$ in das Schrägbild zu 2.1 ein.
Für $x \in]4{,}24; 5[$ erhält man jeweils zwei Pyramiden.
Begründen Sie, warum es für $x = 4{,}24$ und für $x = 5$ jeweils nur eine Pyramide gibt. 3 P