Besuchen Sie auch die Seite **http://www.matheaufgaben-loesen.de/** dort gibt es viele Aufgaben zu weiteren Themen.

Realschulabschlussprüfungen Bayern

2011 MI A1

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2011
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Name: ____________________ Vorname: ____________________

Klasse: ______________ Platzziffer: ______________ Punkte: ______________

Aufgabe A 1 — Haupttermin

A 1.0 Daphne plant eine Teilnahme bei „Jugend forscht". Für ihren Beitrag hat sie bereits mehrere Untersuchungen zur Vermehrung von Wasserflöhen in Aquarien durchgeführt. Bei ihrem aktuellen Versuch startet sie mit 120 Wasserflöhen. Sie geht davon aus, dass sich die Anzahl der Wasserflöhe in den nächsten Wochen täglich um 35% vergrößern wird.

A 1.1 Der Zusammenhang zwischen der Anzahl x der Tage seit dem Beginn des Versuchs und der Anzahl y der Wasserflöhe lässt sich näherungsweise durch eine Exponentialfunktion der Form $y = y_0 \cdot k^x$ beschreiben ($\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$; $y_0 \in \mathbb{R}^+$; $k \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$).
Geben Sie die Funktionsgleichung an. 1 P

A 1.2 Bestimmen Sie durch Rechnung die voraussichtliche Anzahl der Wasserflöhe am Ende des dritten Versuchstages. 1 P

A 1.3 Berechnen Sie, am wievielten Versuchstag die Anzahl der Wasserflöhe voraussichtlich erstmals größer als 500 sein wird. 1 P

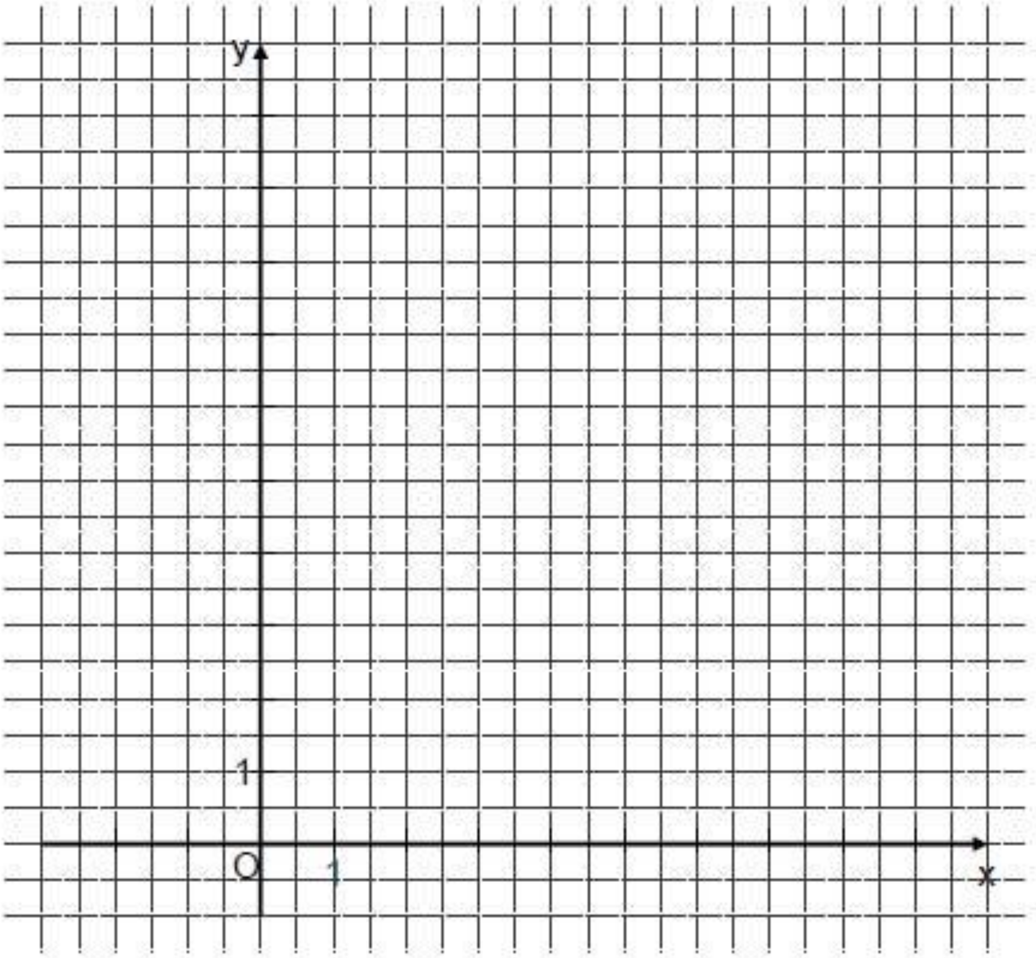
A 1.4 Am Ende der ersten Woche seit dem Beginn des Versuchs zählt Daphne genau 838 Wasserflöhe.
War Daphnes Annahme, dass sich die Anzahl der Wasserflöhe täglich um 35% vergrößern wird, zutreffend? Begründen Sie Ihre Antwort. 2 P

Lösung

MI A2

Aufgabe A 2 — Haupttermin

A 2.0 Die Pfeile $\overrightarrow{OP_n}(\varphi) = \begin{pmatrix} 4+4\cdot\sin\varphi \\ 8\cdot\cos^2\varphi \end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{OR} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$ mit $O(0|0)$ spannen für $\varphi \in [0°; 90°]$ Parallelogramme OP_nQ_nR auf.



A 2.1 Berechnen Sie die Koordinaten des Pfeils $\overrightarrow{OP_1}$ für $\varphi = 30°$ und des Pfeils $\overrightarrow{OP_2}$ für $\varphi = 90°$.
Zeichnen Sie sodann die Parallelogramme OP_1Q_1R und OP_2Q_2R in das Koordinatensystem zu 2.0 ein. 2 P

A 2.2 Der Pfeil $\overrightarrow{OP_3}$ hat die x-Koordinate 5.
Berechnen Sie das zugehörige Winkelmaß φ. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 2 P

A 2.3 Bestimmen Sie rechnerisch die Koordinaten der Punkte Q_n in Abhängigkeit von φ.
[Ergebnis: $Q_n(3+4\cdot\sin\varphi \mid 4+8\cdot\cos^2\varphi)$] 1 P

A 2.4 Zeigen Sie rechnerisch, dass die Parabel p mit der Gleichung $y=-\frac{1}{2}\cdot(x-3)^2+12$ ($\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$) der Trägergraph der Punkte Q_n ist. 3 P

A 2.5 Begründen Sie, dass der Trägergraph der Punkte P_n ebenfalls eine Parabel ist. 1 P

MI A3

A 3.0 Eine Firma stellt Stahltanks her. Als Axialschnitte ergeben sich achsensymmetrische Fünfecke $AB_nC_nD_nE$. Die Eckpunkte C_n und der Mittelpunkt F der Seite [AE] liegen auf der Symmetrieachse.

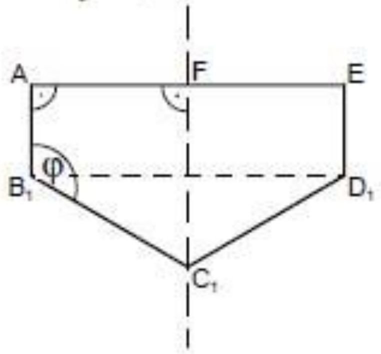
Es gilt:

$\overline{AE} = 2{,}00\text{ m}$; $\overline{FC_n} = 2 \cdot \overline{AB_n}$;

$\sphericalangle B_nAE = 90°$; $\sphericalangle AFC_n = 90°$.

Die Winkel C_nB_nA haben das Maß φ mit $\varphi \in [104{,}04°; 160{,}02°]$.

Die nebenstehende Skizze zeigt das Fünfeck $AB_1C_1D_1E$ für $\varphi = 120°$.



A 3.1 Berechnen Sie das Volumen V der Stahltanks in Abhängigkeit von φ.

[Ergebnis: $V(\varphi) = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \tan(\varphi - 90°)\text{ m}^3$] 3 P

A 3.2 Der am häufigsten verkaufte Stahltank hat ein Volumen von 5 000 Litern. Ermitteln Sie durch Rechnung das zugehörige Winkelmaß φ. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 2 P

Lösung

MI B1

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2011

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 1 **Haupttermin**

B 1.0 Die Raute ABCD mit den Diagonalen [AC] und [BD] ist die Grundfläche eines geraden Prismas ABCDEFGH. Der Punkt E liegt senkrecht über dem Punkt A. Der Schnittpunkt der beiden Diagonalen der Raute ABCD ist der Punkt T. Der Schnittpunkt der Diagonalen [EG] und [FH] der Raute EFGH ist der Punkt M.
Es gilt: $\overline{AC} = 10\text{ cm}$; $\overline{BD} = 6\text{ cm}$; $\overline{AE} = 7\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Zeichnen Sie das Schrägbild des Prismas ABCDEFGH, wobei die Strecke [AC] auf der Schrägbildachse und der Punkt A links vom Punkt C liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.
Berechnen Sie sodann das Maß des Winkels CAM.
[Ergebnis: $\sphericalangle CAM = 54{,}46°$] 3 P

B 1.2 Punkte P_n liegen auf der Strecke [AM]. Die Winkel P_nCA haben das Maß φ mit $\varphi \in]0°; 54{,}46°]$. Die Punkte P_n sind zusammen mit den Punkten B und D die Eckpunkte von gleichschenkligen Dreiecken BDP_n mit der gemeinsamen Basis [BD]. Die Winkel BP_nD haben das Maß ε.
Zeichnen Sie das Dreieck BDP_1 für $\varphi = 30°$ in das Schrägbild zu 1.1 ein.
Für alle Dreiecke BDP_n gilt: $\varepsilon \in [46{,}40°; 72{,}79°]$.
Begründen Sie die obere Intervallgrenze. 3 P

B 1.3 Das Dreieck BDP_2 ist gleichseitig.
Ermitteln Sie rechnerisch die Länge der Strecke $[AP_2]$.
[Teilergebnis: $\overline{TP_2} = 5{,}20\text{ cm}$] 3 P

B 1.4 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Strecken $[CP_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt:
$$\overline{CP_n}(\varphi) = \frac{8{,}14}{\sin(54{,}46° + \varphi)}\text{ cm}.$$
2 P

B 1.5 Die Punkte P_n sind die Spitzen von Pyramiden $ABCDP_n$ mit den Höhen $[P_nK_n]$, deren Fußpunkte K_n auf der Strecke [AT] liegen.
Zeichnen Sie die Pyramide $ABCDP_1$ und ihre Höhe $[P_1K_1]$ in das Schrägbild zu 1.1 ein und ermitteln Sie sodann rechnerisch das Volumen V der Pyramiden $ABCDP_n$ in Abhängigkeit von φ.
[Ergebnis: $V(\varphi) = \frac{81{,}4 \cdot \sin\varphi}{\sin(54{,}46° + \varphi)}\text{ cm}^3$] 3 P

B 1.6 Das Volumen der Pyramide $ABCDP_3$ beträgt ein Viertel des Volumens des Prismas ABCDEFGH.
Berechnen Sie das zugehörige Winkelmaß φ. 3 P

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2011
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 2 **Haupttermin**

B 2.0 Gegeben ist die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = 1{,}5^{x+2} - 4$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

B 2.1 Geben Sie die Definitionsmenge und die Wertemenge der Funktion f_1 an und zeichnen Sie den Graphen zu f_1 für $x \in [-7; 2]$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-8 \leqq x \leqq 4$; $-6 \leqq y \leqq 4$. 2 P

B 2.2 Der Graph der Funktion f_1 wird durch orthogonale Affinität mit der x-Achse als Affinitätsachse und dem Affinitätsmaßstab k ($k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$) sowie anschließende Parallelverschiebung mit dem Vektor $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -13 \end{pmatrix}$ auf den Graphen der Funktion f_2 mit der Gleichung $y = -6 \cdot 1{,}5^{x-1} + 3$ abgebildet ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$).
Zeichnen Sie den Graphen zu f_2 in das Koordinatensystem zu 2.1 ein und ermitteln Sie durch Rechnung den Affinitätsmaßstab k. 5 P

B 2.3 Punkte $A_n(x \mid -6 \cdot 1{,}5^{x-1} + 3)$ auf dem Graphen zu f_2 und Punkte $B_n(x \mid 1{,}5^{x+2} - 4)$ auf dem Graphen zu f_1 haben dieselbe Abszisse x und sind für $x < 0{,}28$ zusammen mit Punkten C_n und D_n die Eckpunkte von Trapezen $A_nB_nC_nD_n$. Die Punkte D_n liegen auf dem Graphen zu f_2. Ihre x-Koordinate ist stets um 2 größer als die Abszisse x der Punkte A_n. Es gilt: $A_nB_n \parallel D_nC_n$ und $\overline{D_nC_n} = 3$ LE.
Zeichnen Sie das Trapez $A_1B_1C_1D_1$ für $x = -7$ und das Trapez $A_2B_2C_2D_2$ für $x = -2{,}5$ in das Koordinatensystem zu 2.1 ein. 2 P

B 2.4 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für den Flächeninhalt A der Trapeze $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt:
$A(x) = (-6{,}25 \cdot 1{,}5^x + 10)$ FE. 2 P

B 2.5 Das Trapez $A_3B_3C_3D_3$ hat den Flächeninhalt 8 FE.
Berechnen Sie die x-Koordinate des Punktes D_3. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 2 P

B 2.6 Der Eckpunkt A_4 des Trapezes $A_4B_4C_4D_4$ hat die x-Koordinate $-3{,}5$.
Zeichnen Sie das Trapez $A_4B_4C_4D_4$ in das Koordinatensystem zu 2.1 ein.
Überprüfen Sie sodann rechnerisch, ob das Trapez $A_4B_4C_4D_4$ gleichschenklig ist.
Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 4 P

Lösung

MI Nach A1

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2011
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Name: ______________________ Vorname: ______________________

Klasse: ____________ Platzziffer: ____________ Punkte: ____________

Aufgabe A 1 **Nachtermin**

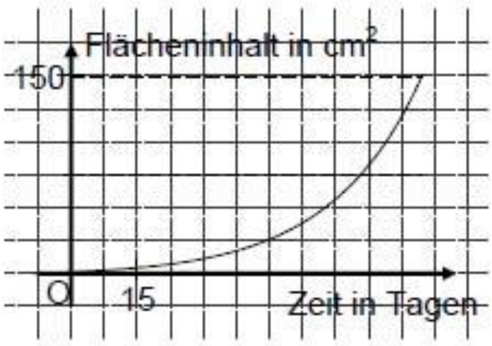
A 1.0 Lebensmittelchemiker untersuchten das Wachstum von Bakterien. Dazu wurde eine Glasplatte mit dem Flächeninhalt 150 cm^2, auf der zu Versuchsbeginn bereits 3 cm^2 von Bakterien bedeckt waren, beobachtet. Es wurde festgestellt, dass sich der Inhalt der von Bakterien bedeckten Fläche täglich um 5% vergrößert hatte.

A 1.1 Der Zusammenhang zwischen der Anzahl x der Tage und dem Inhalt y cm^2 der von Bakterien bedeckten Fläche lässt sich näherungsweise durch eine Exponentialfunktion der Form $y = y_0 \cdot k^x$ beschreiben ($\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$; $y_0 \in \mathbb{R}^+$; $k \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$).
Geben Sie die Funktionsgleichung an. 1 P

A 1.2 Berechnen Sie, wie groß der Inhalt der von Bakterien bedeckten Fläche am Ende des sechsten Tages war. Runden Sie auf Quadratzentimeter. 1 P

A 1.3 Ermitteln Sie rechnerisch, am wievielten Tag erstmals mehr als die Hälfte des Flächeninhalts der Glasplatte von Bakterien bedeckt war. 2 P

A 1.4 Das Diagramm zeigt, wie sich der Inhalt der von Bakterien bedeckten Fläche mit der Zeit ändert.
Zeichnen Sie in das Diagramm ein, wie sich der Inhalt der noch nicht von Bakterien bedeckten Fläche mit der Zeit ändert.



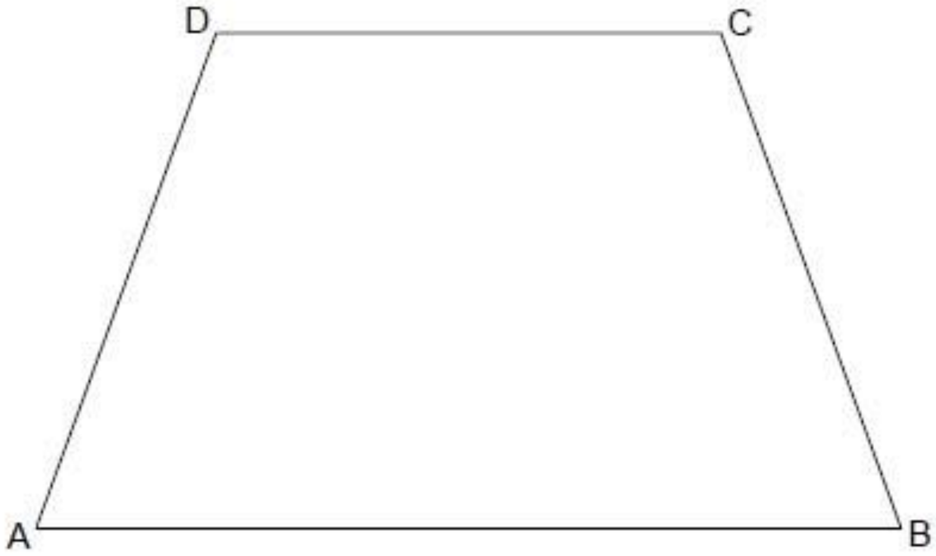
1 P

MI Nach A2

Aufgabe A 2 — Nachtermin

A 2.0 Gegeben ist das gleichschenklige Trapez ABCD mit $AB \parallel CD$ (siehe Zeichnung).
Es gilt: $\overline{AB} = 12\text{ cm}$; $\overline{CD} = 7\text{ cm}$; $\sphericalangle BAD = 70^\circ$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 2.1 Berechnen Sie die Länge der Seite [AD].
[Ergebnis: $\overline{AD} = 7{,}31\text{ cm}$] 2 P

A 2.2 Punkte $E_n \in [AD]$ und Punkte $F_n \in [BC]$ sind zusammen mit dem Mittelpunkt M der Strecke [AB] die Eckpunkte von gleichschenkligen Dreiecken MF_nE_n mit den Basen $[E_nF_n]$. Es gilt: $E_nF_n \parallel AB$.
Die Winkel BMF_n haben das Maß φ mit $\varphi \in]0^\circ; 63{,}00^\circ]$.
Zeichnen Sie das Dreieck MF_1E_1 für $\varphi = 50^\circ$ in die Zeichnung zu 2.0 ein. 1 P

A 2.3 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Strecken $[E_nF_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt:

$$\overline{E_nF_n}(\varphi) = \frac{11{,}28 \cdot \cos\varphi}{\sin(70^\circ + \varphi)}\text{ cm}.$$

3 P

A 2.4 Unter den Dreiecken MF_nE_n hat das Dreieck MF_0E_0 die Schenkel mit minimaler Länge.
Geben Sie das zugehörige Winkelmaß φ an. 1 P

A 2.5 Im Dreieck MF_2E_2 hat die Basis $[E_2F_2]$ die Länge 7,25 cm.
Überprüfen Sie rechnerisch, ob das Dreieck MF_2E_2 gleichseitig ist. 2 P

Lösung

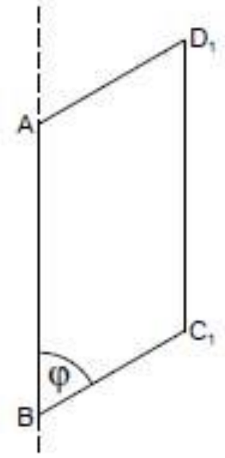
MI Nach A3

A 3.0 Gegeben sind Parallelogramme ABC_nD_n mit $\overline{AB} = 4$ cm.

Der Abstand der Punkte C_n von der Geraden AB beträgt stets 2 cm.

Die Winkel C_nBA haben das Maß φ mit $\varphi \in]0°;180°[$.

Die nebenstehende Zeichnung zeigt das Parallelogramm ABC_1D_1 für $\varphi = 60°$.



A 3.1 Berechnen Sie die Länge der Strecken $[BC_n]$ in Abhängigkeit von φ. 1 P

A 3.2 Die Parallelogramme ABC_nD_n rotieren um die Gerade AB.
Zeigen Sie durch Rechnung, dass für den Oberflächeninhalt O der entstehenden Rotationskörper in Abhängigkeit von φ gilt:

$$O(\varphi) = 8 \cdot \pi \cdot \left(2 + \frac{1}{\sin\varphi}\right) \text{cm}^2.$$

2 P

A 3.3 Geben Sie das Minimum des Oberflächeninhalts der Rotationskörper sowie das zugehörige Winkelmaß φ an. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 2 P

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2011

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 1 **Nachtermin**

B 1.0 Gegeben sind die Funktion f mit der Gleichung $y = \log_4(x+6) + 0{,}5$ und die Gerade g mit der Gleichung $y = x$. ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.)

B 1.1 Geben Sie die Definitionsmenge der Funktion f an.
Zeichnen Sie den Graphen zu f und die Gerade g für $x \in [-5{,}9; 3]$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-7 \leqq x \leqq 4$; $-7 \leqq y \leqq 3$. 3 P

B 1.2 Punkte $A_n(x \mid x)$ liegen auf der Geraden g. Punkte C_n liegen auf dem Graphen zu f. Die x-Koordinate der Punkte C_n ist stets um 1,5 größer als die Abszisse x der Punkte A_n. Für $x > -7{,}5$ sind die Punkte A_n und C_n zusammen mit Punkten B_n die Eckpunkte von gleichschenklig-rechtwinkligen Dreiecken $A_nB_nC_n$ mit den Hypotenusen $[A_nB_n]$.
Zeichnen Sie das Dreieck $A_1B_1C_1$ für $x = -5{,}5$ und das Dreieck $A_2B_2C_2$ für $x = -3{,}5$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

B 1.3 Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte B_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n.
[Ergebnis: $B_n(\log_4(x+7{,}5) + 2 \mid \log_4(x+7{,}5) - 1)$] 4 P

B 1.4 Zeigen Sie rechnerisch, dass die Gerade t mit der Gleichung $y = x - 3$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$) der Trägergraph der Punkte B_n ist. 2 P

B 1.5 Der Eckpunkt B_3 des Dreiecks $A_3B_3C_3$ liegt auf der y-Achse.
Berechnen Sie den Flächeninhalt A des Dreiecks $A_3B_3C_3$. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 4 P

B 1.6 Begründen Sie, dass es unter den Katheten $[B_nC_n]$ der Dreiecke $A_nB_nC_n$ keine Kathete gibt, die parallel zur x-Achse verläuft. 2 P

Lösung

MI Nach B2

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2011

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 2 **Nachtermin**

B 2.0 Das Drachenviereck ABCD mit den Diagonalen [AC] und [BD] ist die Grundfläche einer Pyramide ABCDS, deren Spitze S senkrecht über dem Diagonalenschnittpunkt M des Drachenvierecks ABCD liegt.
Es gilt: $\overline{AC} = 15\text{ cm}$; $\overline{AM} = 9\text{ cm}$; $\overline{BD} = 12\text{ cm}$; $\sphericalangle CAS = 40°$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei die Strecke [AC] auf der Schrägbildachse und der Punkt A links vom Punkt C liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.
Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke [MS].
[Ergebnis: $\overline{MS} = 7{,}55\text{ cm}$] 3 P

B 2.2 Auf der Kante [AS] der Pyramide ABCDS liegen Punkte P_n. Die Punkte P_n sind die Spitzen von Pyramiden $BDSP_n$ mit den Höhen $[P_nF_n]$, deren Fußpunkte F_n auf der Strecke [MS] liegen. Die Winkel P_nMA haben das Maß φ mit $\varphi \in [0°; 90°[$.
Zeichnen Sie für $\varphi = 60°$ die Pyramide $BDSP_1$ und ihre Höhe $[P_1F_1]$ in das Schrägbild zu 2.1 ein. 1 P

B 2.3 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Strecken $[MP_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt:
$$\overline{MP_n}(\varphi) = \frac{5{,}79}{\sin(140° - \varphi)}\text{ cm}.$$ 2 P

B 2.4 Die Dreiecke BDP_2, BDP_3 und DBC sind kongruent.
Berechnen Sie die zugehörigen Winkelmaße φ. 3 P

B 2.5 Ermitteln Sie rechnerisch das Volumen V der Pyramiden $BDSP_n$ in Abhängigkeit von φ.
[Ergebnis: $V(\varphi) = \frac{87{,}43 \cdot \cos\varphi}{\sin(140° - \varphi)}\text{ cm}^3$] 4 P

B 2.6 Der Anteil des Volumens der Pyramide $BDSP_4$ am Volumen der Pyramide ABCDS beträgt 50%.
Berechnen Sie das zugehörige Winkelmaß φ. 4 P

MII A1

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2011
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Name: ______________________ Vorname: ______________________

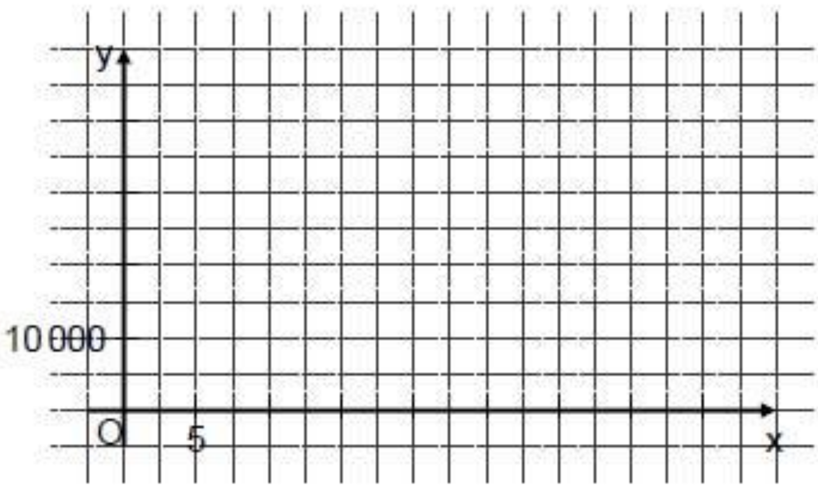
Klasse: ______________ Platzziffer: ______________ Punkte: ______________

Aufgabe A 1 **Haupttermin**

A 1.0 In Deutschland wächst derzeit mehr Holz nach als geschlagen wird. Der Besitzer eines Waldes mit einem Holzbestand von $5\,000\ \text{m}^3$ rechnet mit einer jährlichen Wachstumsrate von 4,5%. Der Holzbestand $y\ \text{m}^3$ nach x Jahren lässt sich demzufolge durch die Funktion f mit der Gleichung $y = 5000 \cdot 1{,}045^x$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$ beschreiben.

A 1.1 Ergänzen Sie die Wertetabelle auf Tausender gerundet.
Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f in das Koordinatensystem. 2 P

x	0	10	20	25	30	35	40
$5000 \cdot 1{,}045^x$							



A 1.2 Geben Sie mithilfe des Graphen zu f an, nach wie vielen Jahren der Holzbestand erstmals mehr als $10\,000\ \text{m}^3$ ist. 1 P

A 1.3 Berechnen Sie, auf Kubikmeter gerundet, um wie viel der Holzbestand nach 32 Jahren gestiegen ist. 2 P

Lösung

MII A2

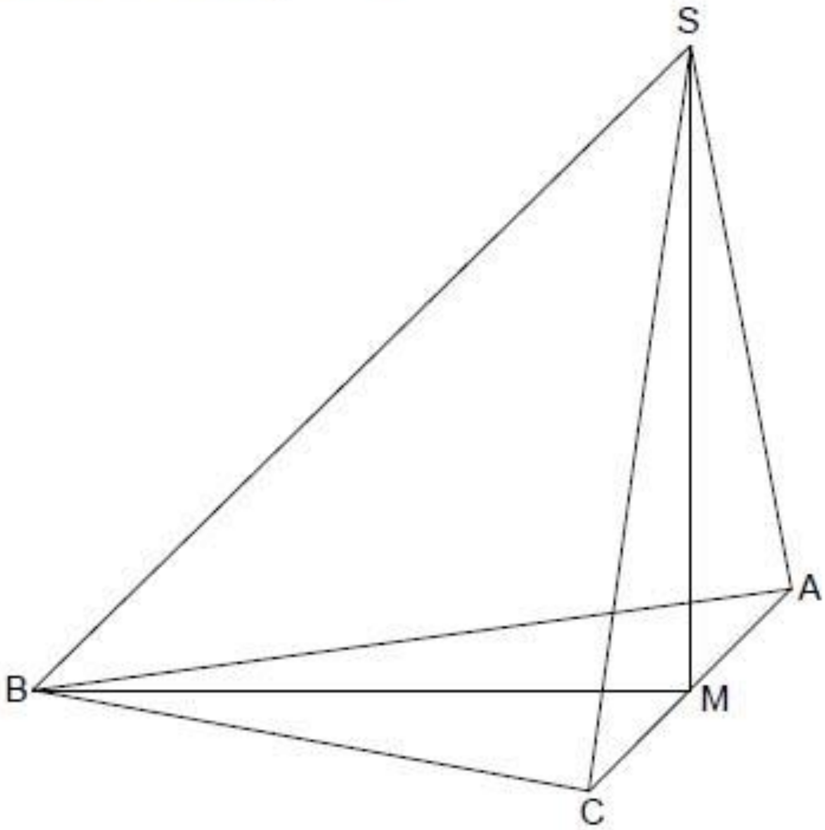
Aufgabe A 2 **Haupttermin**

A 2.0 Das gleichschenklige Dreieck ABC mit der Basis [AC] ist die Grundfläche einer Pyramide ABCS. Die Spitze S der Pyramide ABCS liegt senkrecht über dem Mittelpunkt M der Strecke [AC].

Es gilt: $\overline{AC} = 8\text{ cm}$; $\overline{AB} = 10\text{ cm}$; $\overline{MS} = 9\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

In der Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.



A 2.1 Ermitteln Sie durch Rechnung die Länge der Strecken [BM] und [BS] sowie das Maß φ des Winkels MBS.

[Ergebnisse: $\overline{BM} = 9{,}17\text{ cm}$; $\overline{BS} = 12{,}85\text{ cm}$; $\varphi = 44{,}46°$] 3 P

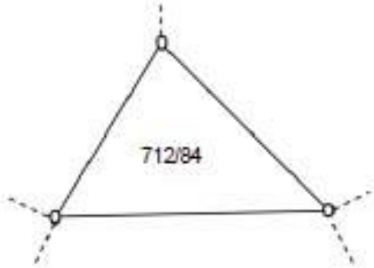
A 2.2 Punkte P_n liegen auf der Strecke [BS] mit $\overline{BP_n} = x$ cm, $0 < x < 12{,}85$; $x \in \mathbb{R}$. Sie sind die Spitzen von Pyramiden $CASP_n$.
Zeichnen Sie für $x = 4$ die Pyramide $CASP_1$ und die zugehörige Höhe $[P_1F_1]$, deren Fußpunkt F_1 auf der Strecke [MS] liegt, in das Schrägbild zu 2.0 ein.
Berechnen Sie sodann das Volumen der Pyramide $CASP_1$. 4 P

A 2.3 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Strecken $[MP_n]$ in Abhängigkeit von x gilt:
$\overline{MP_n}(x) = \sqrt{x^2 - 13{,}09x + 84{,}09}$ cm. 2 P

MII A3

Aufgabe A 3 Haupttermin

A 3 Frau Recht-Eck möchte ihr Grundstück mit der Flur-Nr. 712/84 (siehe nebenstehende Skizze), welches die Seitenlängen 60,00 m, 70,00 m und 80,00 m hat, gegen ein rechteckiges Grundstück mit dem gleichen Flächeninhalt eintauschen.
Die Länge des rechteckigen Grundstücks soll 1,5-mal so groß wie die Breite sein.



Berechnen Sie die Seitenlängen des rechteckigen Grundstücks. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 5 P

Lösung

MII B1

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2011
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 1 **Haupttermin**

B 1.0 Die Parabel p verläuft durch die Punkte $P(5|-1)$ und $Q(-2|0,75)$. Sie hat eine Gleichung der Form $y = ax^2 + bx + 2,75$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ und $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$; $b \in \mathbb{R}$.
Die Gerade g hat die Gleichung $y = -0,5x + 5$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

B 1.1 Zeigen Sie durch Berechnung der Werte für a und b, dass die Parabel p die Gleichung $y = -0,25x^2 + 0,5x + 2,75$ hat.
Zeichnen Sie die Parabel p sowie die Gerade g für $x \in [-4; 7]$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-5 \leqq x \leqq 8$; $-7 \leqq y \leqq 8$. 4 P

B 1.2 Punkte $A_n(x|-0,25x^2 + 0,5x + 2,75)$ auf der Parabel p und Punkte $C_n(x|-0,5x + 5)$ auf der Geraden g haben dieselbe Abszisse x. Sie sind zusammen mit Punkten B_n und D_n die Eckpunkte von Rauten $A_nB_nC_nD_n$ mit $\overline{B_nD_n} = 5$ LE.
Zeichnen Sie für $x = -1$ die Raute $A_1B_1C_1D_1$ und für $x = 3,5$ die Raute $A_2B_2C_2D_2$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

B 1.3 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Länge der Diagonalen $[A_nC_n]$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt:
$\overline{A_nC_n}(x) = (0,25x^2 - x + 2,25)$ LE. 1 P

B 1.4 Unter den Diagonalen $[A_nC_n]$ hat die Diagonale $[A_0C_0]$ die minimale Länge.
Berechnen Sie den zugehörigen Wert von x und die Länge der Diagonale $[A_0C_0]$.
Begründen Sie sodann, dass es unter den Rauten $A_nB_nC_nD_n$ keine Raute mit dem Flächeninhalt 3 FE gibt. 3 P

B 1.5 Die Rauten $A_3B_3C_3D_3$ und $A_4B_4C_4D_4$ sind Quadrate.
Ermitteln Sie durch Rechnung die Koordinaten der Punkte A_3 und A_4. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 3 P

B 1.6 Die Diagonalen der Rauten $A_5B_5C_5D_5$ und $A_6B_6C_6D_6$ schneiden sich jeweils auf der x-Achse.
Berechnen Sie die x-Koordinaten der Punkte A_5 und A_6. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 4 P

MII B2

Prüfungsdauer:
150 Minuten

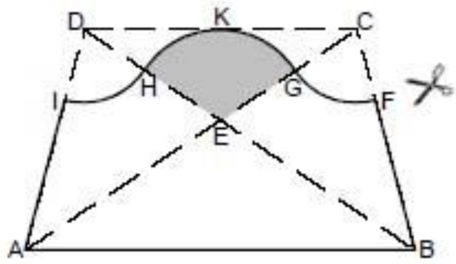
Abschlussprüfung 2011
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 2 **Haupttermin**

B 2.0

Selbst gebasteltes Tischset aus Filz



Die nebenstehende Skizze zeigt die Bastelvorlage für solch ein Tischset.
Die Grundfigur ist ein gleichschenkliges Trapez ABCD mit $AB \parallel CD$.
Der Schnittpunkt der beiden Diagonalen [AC] und [BD] ist der Punkt E.
Die „Ausschneidelinie" verläuft entlang dreier Kreisbögen.
Es gilt:

- Der Kreisbogen $\overset{\frown}{GH}$ mit $G \in [EC]$ und $H \in [ED]$ hat den Mittelpunkt E und berührt die Seite [CD] im Punkt K.
- Der Kreisbogen $\overset{\frown}{GF}$ mit $F \in [BC]$ hat den Mittelpunkt C.
- Der Kreisbogen $\overset{\frown}{IH}$ mit $I \in [AD]$ hat den Mittelpunkt D.

Ferner gilt: $\overline{AB} = 60{,}0\text{ cm}$; $\overline{AD} = 35{,}0\text{ cm}$; $\sphericalangle BAD = 75°$.

Runden Sie im Folgenden auf eine Stelle nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie das Trapez ABCD mit den Kreisbögen $\overset{\frown}{IH}$, $\overset{\frown}{GH}$ und $\overset{\frown}{GF}$ im Maßstab $1:5$. 2 P

B 2.2 Vor dem Ausschneiden werden einzelne Maße überprüft.
Berechnen Sie die Länge der Strecke [AC], das Maß des Winkels BAC sowie die Länge der Strecke [CD].
[Ergebnisse: $\overline{AC} = 61{,}1\text{ cm}$; $\sphericalangle BAC = 33{,}6°$; $\overline{CD} = 41{,}8\text{ cm}$] 4 P

B 2.3 Ein Teil des Tischsets wird farblich abgesetzt.
Ermitteln Sie durch Rechnung die Länge der Strecke [EK] sowie den Flächeninhalt des Kreissektors, der durch die Strecken [HE] und [EG] sowie den Kreisbogen $\overset{\frown}{GH}$ begrenzt wird.
[Ergebnisse: $\overline{EK} = 13{,}9\text{ cm}$; $A_{\text{Sektor GEH}} = 190{,}2\text{ cm}^2$] 3 P

B 2.4 Das Tischset wird mit einer Borte eingefasst.
Bestimmen Sie rechnerisch den Umfang u der Figur, die durch die Strecken [IA], [AB] und [BF] sowie die Kreisbögen $\overset{\frown}{GF}$, $\overset{\frown}{GH}$ und $\overset{\frown}{IH}$ begrenzt wird. 4 P

B 2.5 Das fertig gebastelte Set liegt ausgebreitet auf einem Tisch.
Berechnen Sie den Flächeninhalt A der vom Tischset bedeckten Fläche.
[Teilergebnis: $A_{\text{Sektor GCF}} = 78{,}2\text{ cm}^2$] 4 P

Lösung

MII Nach A1

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2011
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

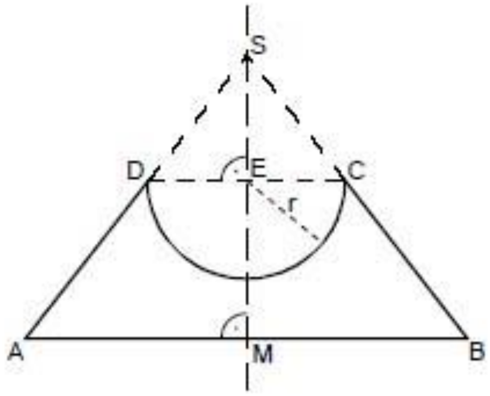
Name: ______________________ Vorname: ______________________

Klasse: ______________ Platzziffer: ______________ Punkte: ______________

Aufgabe A 1 **Nachtermin**

A 1

Eierbecher



Die nebenstehende Skizze zeigt den Axialschnitt eines massiven Eierbechers aus Holz.
MS ist die Symmetrieachse.
Es gilt:
$\overline{AB} = 9,0\text{ cm}$; $\overline{DC} = 4,0\text{ cm}$;
$\measuredangle BAD = 52°$; $r = \overline{ED} = \overline{EC}$.

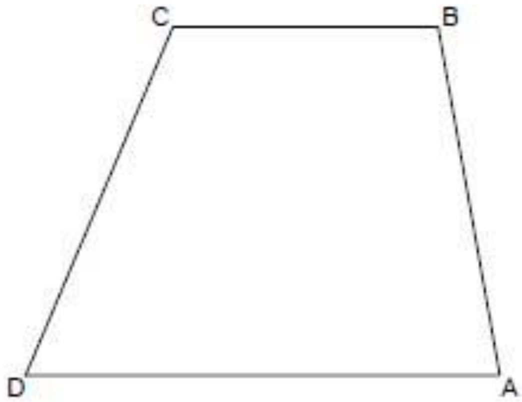
Berechnen Sie das Volumen V des Eierbechers. Runden Sie auf eine Stelle nach dem Komma. 5 P

MII Nach A2

Aufgabe A 2 — Nachtermin

A 2.0 Gegeben ist das Trapez ABCD mit $BC \parallel AD$ und $\overline{BC} < \overline{AD}$ (siehe nebenstehende maßstabsgetreue Skizze).
Es gilt:
$\overline{AB} = 7,5\ \text{cm}$; $\overline{CD} = 8\ \text{cm}$;
$\overline{AD} = 10\ \text{cm}$; $\sphericalangle BAD = 80°$.

Runden Sie im Folgenden auf eine Stelle nach dem Komma.



A 2.1 Zeichnen Sie das Trapez ABCD. 1 P

A 2.2 Bestimmen Sie durch Rechnung die Länge der Strecke [BD].
[Ergebnis: $\overline{BD} = 11,4\ \text{cm}$] 1 P

A 2.3 Ermitteln Sie rechnerisch die Länge der Strecke [BC].
[Ergebnis: $\overline{BC} = 5,6\ \text{cm}$] 4 P

A 2.4 Begründen Sie, dass die Flächeninhalte der Dreiecke ABD und BCD im gleichen Verhältnis stehen wie die Längen der Seiten [AD] und [BC]. 3 P

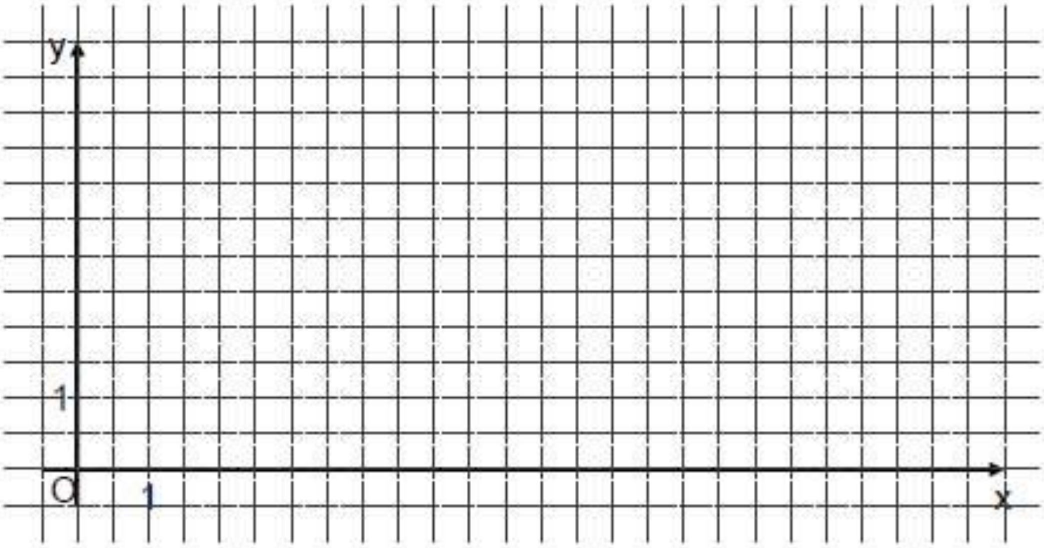
Lösung

MII Nach A3

A 3.0 In einem Labor wird Jod-124 hergestellt. Dieses zerfällt unter Aussendung radioaktiver Strahlung. Werden fünf Mikrogramm Jod-124 eingelagert, so lässt sich die nach x Tagen noch vorhandene Masse y Mikrogramm durch die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = 5 \cdot 0{,}8409^x$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$ darstellen.

A 3.1 Ergänzen Sie die Wertetabelle auf eine Stelle nach dem Komma gerundet.
Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_1 in das Koordinatensystem. 2 P

x	0	2	4	6	8	10	12
$5 \cdot 0{,}8409^x$							



A 3.2 Geben Sie mithilfe des Graphen zu f_1 an, nach wie vielen Tagen die noch vorhandene Masse erstmals weniger als drei Mikrogramm ist. 1 P

A 3.3 Jod-124 zerfällt mit einer Halbwertszeit von vier Tagen. Nach jeweils vier Tagen hat sich folglich die noch vorhandene Masse halbiert.
Kreuzen Sie an, welcher prozentuale Anteil der eingelagerten Masse Jod-124 nach 16 Tagen noch vorhanden ist. 1 P

☐ 40% ☐ 25% ☐ 16% ☐ 6,25% ☐ 0,3125% ☐ 0,25%

A 3.4 In einem Krankenhaus wurde ebenfalls Jod-124 eingelagert. Die nach x Tagen noch vorhandene Masse y Mikrogramm lässt sich hier durch die Funktion f_2 mit der Gleichung $y = 1 \cdot 0{,}8409^x$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$ darstellen.
Geben Sie an, welche Masse Jod-124 im Krankenhaus eingelagert wurde. 1 P

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2011
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 1 **Nachtermin**

B 1.0 Die Parabel p besitzt den Scheitel $S(4|7)$. Sie hat eine Gleichung der Form $y=-0,25x^2+bx+c$ mit $\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ und $b, c\in\mathbb{R}$. Die Gerade g hat die Gleichung $y=0,5x-1$ mit $\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.

B 1.1 Zeigen Sie durch Rechnung, dass die Parabel p die Gleichung $y=-0,25x^2+2x+3$ hat.
Zeichnen Sie die Parabel p und die Gerade g für $x\in[-3;10]$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4\leqq x\leqq 11$; $-6\leqq y\leqq 8$. 4 P

B 1.2 Die Parabel p und die Gerade g schneiden sich in zwei Punkten A und C.
Ermitteln Sie rechnerisch die Koordinaten der beiden Schnittpunkte.
[Teilergebnis: $x_A=-2$; $x_C=8$] 2 P

B 1.3 Punkte $D_n(x|-0,25x^2+2x+3)$ auf der Parabel p sind für $-2<x<8$ zusammen mit den Punkten A und C sowie Punkten B_n die Eckpunkte von Drachenvierecken AB_nCD_n mit der gemeinsamen Symmetrieachse g.
Zeichnen Sie das Drachenviereck AB_1CD_1 für $x=-0,5$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.
Begründen Sie, dass die Geraden B_nD_n stets die Steigung -2 haben. 2 P

B 1.4 Unter den Drachenvierecken AB_nCD_n besitzt das Drachenviereck AB_0CD_0 den maximalen Flächeninhalt.
Berechnen Sie den Flächeninhalt des Drachenvierecks AB_0CD_0.
[Teilergebnis: $A_{\text{Drachenvierecke } AB_nCD_n}(x)=(-2,5x^2+15x+40)$ FE] 4 P

B 1.5 Die Seite $[AB_2]$ des Drachenvierecks AB_2CD_2 verläuft parallel zur x-Achse.
Zeichnen Sie das Drachenviereck AB_2CD_2 in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.
Bestimmen Sie sodann durch Rechnung das Maß α des Winkels B_2AD_2. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma.
[Ergebnis: $\alpha=53,13°$] 2 P

B 1.6 Ermitteln Sie rechnerisch die x-Koordinate des Punktes D_2. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 3 P

Lösung

MII Nach B2

Prüfungsdauer:
150 Minuten

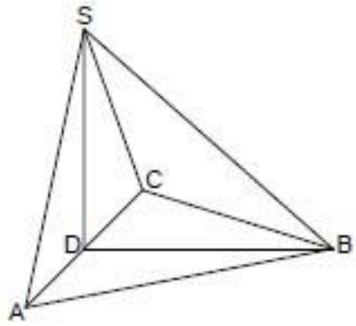
Abschlussprüfung 2011

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 2 **Nachtermin**

B 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCS, deren Grundfläche das gleichschenklige Dreieck ABC mit der Basis [AC] ist.
Der Mittelpunkt der Strecke [AC] ist der Punkt D. Die Spitze S der Pyramide ABCS liegt senkrecht über dem Punkt D.
Es gilt:
$\overline{AC} = 12\text{ cm}$; $\overline{DB} = 9\text{ cm}$; $\overline{BS} = 12\text{ cm}$.



Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCS, wobei die Strecke [DB] auf der Schrägbildachse und der Punkt D links vom Punkt B liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.
Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke [DS] und das Maß φ des Winkels SBD.
[Ergebnisse: $\overline{DS} = 7{,}94\text{ cm}$; $\varphi = 41{,}41°$] 4 P

B 2.2 Auf der Kante [BS] der Pyramide ABCS liegen Punkte P_n. Der Punkt P_1 mit $\overline{BP_1} = 6\text{ cm}$ ist Eckpunkt des Dreiecks RP_1Q mit $R \in [AS]$ und $Q \in [CS]$. Es gilt: $RQ \parallel AC$. Der Punkt $T \in [DS]$ ist der Mittelpunkt der Strecke [RQ]. Der Winkel SP_1T hat das Maß 65°.
Zeichnen Sie das Dreieck RP_1Q und den Punkt T in das Schrägbild zu 2.1 ein. 1 P

B 2.3 Ermitteln Sie rechnerisch die Länge der Strecke [ST].
[Ergebnis: $\overline{ST} = 5{,}93\text{ cm}$] 2 P

B 2.4 Das Dreieck RQS ist die Grundfläche der Pyramide $RQSP_1$ mit der Höhe $[H_1P_1]$, deren Fußpunkt H_1 auf der Strecke [ST] liegt.
Zeichnen Sie die Höhe $[H_1P_1]$ in das Schrägbild zu 2.1 ein und berechnen Sie sodann das Volumen der Pyramide $RQSP_1$.
[Ergebnis: $V_{\text{Pyramide } RQSP_1} = 39{,}85\text{ cm}^3$] 4 P

B 2.5 Bestimmen Sie durch Rechnung den prozentualen Anteil des Volumens der Pyramide $RQSP_1$ am Volumen der Pyramide ABCS. 2 P

B 2.6 Der Flächeninhalt des Dreiecks TP_2S ist um die Hälfte größer als der Flächeninhalt des Dreiecks TP_1S.
Begründen Sie, dass die Länge der Strecke $[P_2S]$ folglich um die Hälfte größer ist als die Länge der Strecke $[P_1S]$.
Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke $[DP_2]$. 4 P