Besuchen Sie auch die Seite **http://www.matheaufgaben-loesen.de/**
dort gibt es viele Aufgaben zu weiteren Themen.

Realschulabschlussprüfungen Bayern

2012 MI A1

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2012
an den Realschulen in Bayern

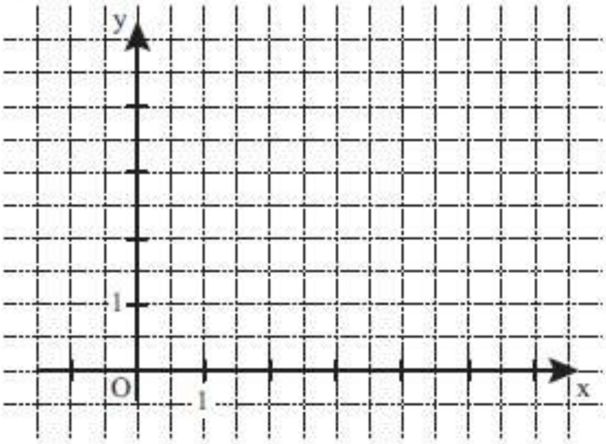
Mathematik I

Name: ______________________ Vorname: ______________________

Klasse: ______________ Platzziffer: ______________ Punkte: ______________

Aufgabe A 1 **Haupttermin**

A 1.0 Die Punkte $A(2|0)$, $B(5|3)$ und C bilden das gleichseitige Dreieck ABC.



A 1.1 Zeichnen Sie das Dreieck ABC in das Koordinatensystem zu 1.0 ein. 1 P

A 1.2 Der Punkt B kann auf den Punkt C abgebildet werden. Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes C. Runden Sie auf eine Stelle nach dem Komma.

3 P

A 1.3 Berechnen Sie den Flächeninhalt A des Dreiecks ABC. Runden Sie auf eine Stelle nach dem Komma.

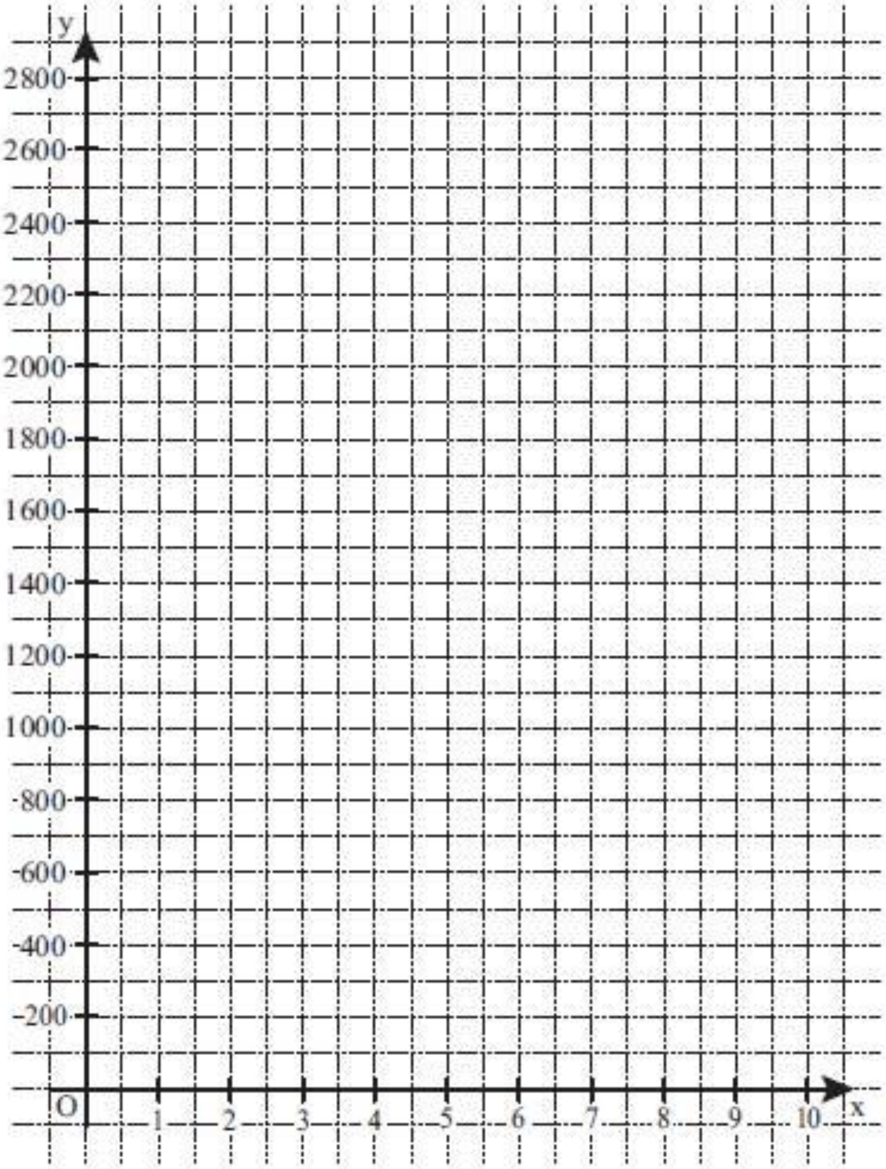
Lösung

MI A2

Aufgabe A 2 **Haupttermin**

A 2.0 Nachdem der nordamerikanische Waschbär nach Deutschland eingeschleppt worden war, konnte in einigen Gebieten festgestellt werden, dass die Anzahl der Waschbären jährlich um 27 % zunimmt.

A 2.1 Legt man dieses Wachstum zugrunde und geht von einem Anfangsbestand von 250 Waschbären in einem Beobachtungsgebiet am Jahresende 2012 aus, lässt sich der Zusammenhang zwischen der Anzahl x der von diesem Zeitpunkt an vergangenen Jahre und der Anzahl y der Tiere annähernd durch die Exponentialfunktion f mit der Gleichung $y = 250 \cdot 1{,}27^x$ beschreiben ($\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$).
Zeichnen Sie den Graphen zu f für $x \in [0; 10]$ in das Koordinatensystem.



1 P

A 2.2 Ermitteln Sie mit Hilfe des Graphen zu f, um wie viele Tiere der Bestand an Waschbären bis zum Ende des Jahres 2020 voraussichtlich zunehmen wird.

A 2.3 Berechnen Sie, in welchem Jahr die Anzahl der Waschbären voraussichtlich erstmals größer als 4900 sein wird.

2 P

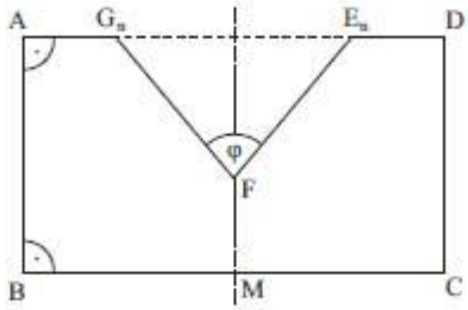
A 2.4 Ermitteln Sie durch Rechnung, am Ende welchen Jahres voraussichtlich erstmals über 900 Waschbären mehr als im Jahr zuvor registriert werden.

3 P

A 2.5 Durch die Zunahme des Waschbärenbestands in einem Gebiet ging die Anzahl an Kormoranen, einer Vogelart, von anfänglich 3600 Vögeln um jährlich 6 % zurück. Der Zusammenhang zwischen der Anzahl x der Jahre und der Anzahl y der Kormorane lässt sich näherungsweise durch eine Exponentialfunktion der Form $y = y_0 \cdot k^x$ beschreiben ($\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$; $y_0 \in \mathbb{R}^+$; $k \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$).
Geben Sie die Funktionsgleichung an.

MI A3

A 3.0 Die Axialschnitte von Rotationskörpern sind achsensymmetrische Siebenecke $ABCDE_nFG_n$. Der Mittelpunkt M der Seite [BC] und der Punkt F liegen auf der Symmetrieachse. Punkte G_n und E_n auf der Strecke [AD] legen zusammen mit dem Punkt F Winkel E_nFG_n fest. Die Winkel E_nFG_n haben das Maß φ mit $\varphi \in]0°; 112,62°[$.



Es gilt: $\sphericalangle MBA = 90°$; $\sphericalangle BAG_n = 90°$; $\overline{AB} = 5$ cm; $\overline{BC} = 9$ cm; $\overline{MF} = 2$ cm.

Die Skizze zeigt das Siebeneck $ABCDE_1FG_1$ für $\varphi = 80°$.

A 3.1 Begründen Sie durch Rechnung das Maß der oberen Intervallgrenze für φ.

1 P

A 3.2 Zeigen Sie, dass für das Volumen V der Rotationskörper in Abhängigkeit von φ gilt: $V(\varphi) = 9 \cdot \pi \cdot \left(11,25 - \tan^2 \frac{\varphi}{2}\right)$ cm³.

3 P

A 3.3 Berechnen Sie das Volumen des Rotationskörpers für $\varphi = 100°$. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma.

Lösung

MI B1

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2012
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 1 **Haupttermin**

B 1.0 Die Gerade h mit der Gleichung $y = \frac{4}{5}x$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$) ist Symmetrieachse von Rauten $A_nB_nC_nD_n$. Die Diagonalen $[B_nD_n]$ der Rauten $A_nB_nC_nD_n$ liegen auf der Geraden h. Die Punkte $A_n(x \mid 2x+3,5)$ liegen auf der Geraden g mit der Gleichung $y = 2x+3,5$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$). Die Abszisse der Punkte D_n ist stets um vier größer als die Abszisse x der Punkte A_n. Dabei gilt: $x \in]-2,92; 3,92[$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Zeichnen Sie die Geraden g und h sowie die Raute $A_1B_1C_1D_1$ für $x = -0,5$ und die Raute $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 2$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4 \leqq x \leqq 8$; $-3 \leqq y \leqq 9$. 3 P

B 1.2 Zeigen Sie, dass für die Punkte D_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $D_n(x+4 \mid 0,8x+3,2)$. Bestätigen Sie sodann durch Rechnung die untere Intervallgrenze $x = -2,92$ der Rauten $A_nB_nC_nD_n$. 2 P

B 1.3 Begründen Sie, warum sich für $[A_nD_n] \perp h$ die obere Intervallgrenze $x = 3,92$ ergibt und bestätigen Sie diese durch Rechnung. 2 P

B 1.4 Bestimmen Sie rechnerisch die Koordinaten der Punkte C_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n.
[Ergebnis: $C_n(2,17x+3,41 \mid 0,54x-0,77)$] 3 P

B 1.5 Berechnen Sie den Flächeninhalt A der Rauten $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n. 3 P

B 1.6 Die Seite $[C_3D_3]$ der Raute $A_3B_3C_3D_3$ verläuft senkrecht zur x-Achse.
Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes D_3. 2 P

B 1.7 In der Raute $A_4B_4C_4D_4$ hat die Diagonale $[A_4C_4]$ die gleiche Länge wie die Seite $[A_4D_4]$. Begründen Sie, dass für die Diagonale $[B_4D_4]$ gilt: $\overline{B_4D_4} = \overline{A_4D_4} \cdot \sqrt{3}$. 2 P

MI B2

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2012

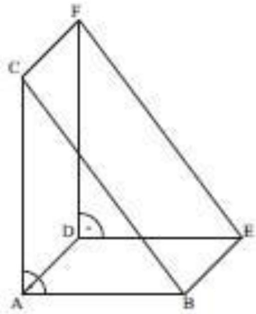
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 2 **Haupttermin**

B 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild des geraden Prismas ABCDEF, dessen Grundfläche das rechtwinklige Dreieck ABC mit den Katheten [AB] und [AC] ist.
Es gilt: $\overline{AB} = \overline{AD} = 6\text{ cm}$; $\overline{AC} = 8\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild des Prismas ABCDEF, wobei die Kante [AB] auf der Schrägbildachse liegen soll (Lage des Prismas wie in der Skizze zu 2.0 dargestellt).
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.

Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke [FE] und das Maß des Winkels AFE.
[Ergebnis: $\overline{FE} = 10\text{ cm}$; $\sphericalangle AFE = 50{,}21°$] 4 P

B 2.2 Punkte Q_n liegen auf der Strecke [FE]. Die Winkel FQ_nA haben das Maß φ mit $\varphi \in [64{,}90°;\ 129{,}79°[$. Die Punkte Q_n sind zusammen mit den Punkten A und F Eckpunkte von Dreiecken AQ_nF.
Zeichnen Sie das Dreieck AQ_1F für $\overline{FQ_1} = 4\text{ cm}$ in das Schrägbild zu 2.1 ein.
Begründen Sie sodann die Intervallgrenzen für φ. 3 P

B 2.3 Berechnen Sie die Länge der Strecken $[FQ_n]$ in Abhängigkeit von φ.
[Ergebnis: $\overline{FQ_n}(\varphi) = \dfrac{10 \cdot \sin(50{,}21° + \varphi)}{\sin\varphi}\text{ cm}$] 2 P

B 2.4 Die Punkte Q_n sind die Spitzen von Pyramiden $ADFQ_n$ mit der Grundfläche ADF und den Höhen $[P_nQ_n]$. Die Punkte P_n liegen auf der Strecke [DF].
Zeichnen Sie die Pyramide $ADFQ_1$ und die Höhe $[P_1Q_1]$ in das Schrägbild zu 2.1 ein. Ermitteln Sie sodann durch Rechnung das Volumen V der Pyramiden $ADFQ_n$ in Abhängigkeit von φ.
[Ergebnis: $V(\varphi) = \dfrac{48 \cdot \sin(50{,}21° + \varphi)}{\sin\varphi}\text{ cm}^3$] 3 P

B 2.5 Das Volumen der Pyramide $ADFQ_2$ ist um 70 % kleiner als das Volumen des Prismas ABCDEF. Berechnen Sie das zugehörige Winkelmaß φ. 3 P

B 2.6 Die Höhe der Pyramide $ABEDQ_3$ mit der Grundfläche ABED hat das gleiche Maß wie die Höhe der Pyramide $ADFQ_3$. Begründen Sie, dass das Volumen der Pyramide $ABEDQ_3$ 1,5 mal so groß ist wie das Volumen der Pyramide $ADFQ_3$. 2 P

Lösung

MI Nach A1

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2012
an den Realschulen in Bayern

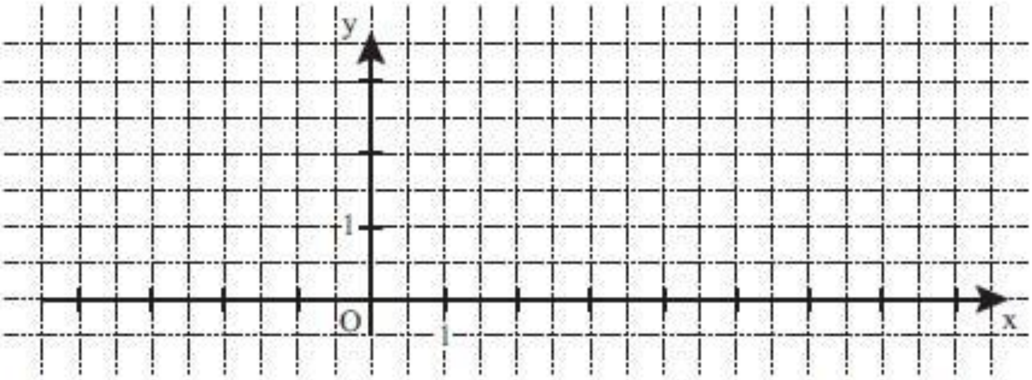
Mathematik I

Name: ______________________ Vorname: ______________________

Klasse: ______________ Platzziffer: ______________ Punkte: ______________

Aufgabe A 1 **Nachtermin**

A 1.0 Die Pfeile $\overrightarrow{OP_n}(\varphi)=\begin{pmatrix}-2\cdot\cos\varphi+6\\ \cos^2\varphi\end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{OQ_n}(\varphi)=\begin{pmatrix}-4\\ \cos\varphi+3\end{pmatrix}$ mit $O(0|0)$ spannen für $\varphi\in[0°;180°]$ Dreiecke OP_nQ_n auf.

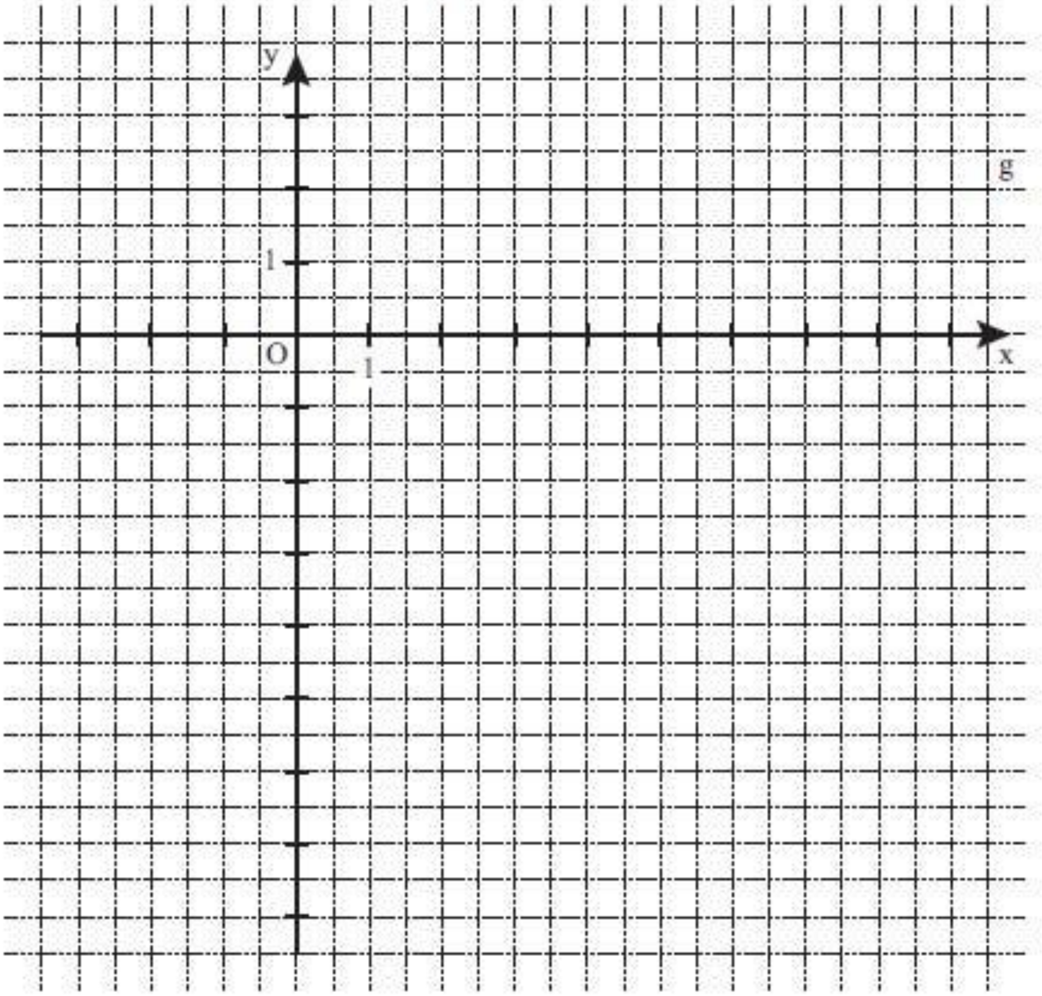


A 1.1 Berechnen Sie die Koordinaten der Pfeile $\overrightarrow{OP_1}$ und $\overrightarrow{OQ_1}$ für $\varphi=120°$ und $\overrightarrow{OP_2}$ und $\overrightarrow{OQ_2}$ für $\varphi=165°$. Runden Sie auf eine Stelle nach dem Komma. Zeichnen Sie sodann die Dreiecke OP_1Q_1 und OP_2Q_2 in das Koordinatensystem zu 1.0 ein. 2 P

A 1.2 Zeigen Sie rechnerisch, dass für den Flächeninhalt A der Dreiecke OP_nQ_n in Abhängigkeit von φ gilt: $A(\varphi)=(9+\cos^2\varphi)$ FE. Ermitteln Sie sodann den minimalen Flächeninhalt mit dem zugehörigen Winkelmaß φ.

MI Nach A2

A 2.0 Gegeben sind die Funktion f mit der Gleichung $y = -2{,}5^{x-4} - 1{,}5$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ und die Gerade g mit der Gleichung $y = 2$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.



A 2.1 Punkte $A_n(x|2)$ auf der Geraden g und Punkte $B_n(x|-2{,}5^{x-4} - 1{,}5)$ auf dem Graphen zu f haben dieselbe Abszisse x. Die Punkte A_n und B_n bilden zusammen mit Punkten C_n auf der Geraden g Dreiecke $A_nB_nC_n$. Es gilt: $\overline{A_nC_n} = 3$ LE.
Zeichnen Sie den Graphen zu f sowie das Dreieck $A_1B_1C_1$ für $x = -2$ und das Dreieck $A_2B_2C_2$ für $x = 6$ in das Koordinatensystem zu 2.0 ein. 2 P

A 2.2 Zeigen Sie, dass für die Länge der Strecken $[A_nB_n]$ in Abhängigkeit von x gilt: $\overline{A_nB_n}(x) = (2{,}5^{x-4} + 3{,}5)$ LE

A 2.3 Im Dreieck $A_3B_3C_3$ verhalten sich die Seitenlängen $\overline{A_3B_3}$ zu $\overline{A_3C_3}$ wie $2:1$. Berechnen Sie den zugehörigen Wert für x.

2 P

A 2.4 Im Dreieck $A_4B_4C_4$ gilt: $\sphericalangle C_4B_4A_4 = 15°$. Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks $A_4B_4C_4$. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma.

2 P

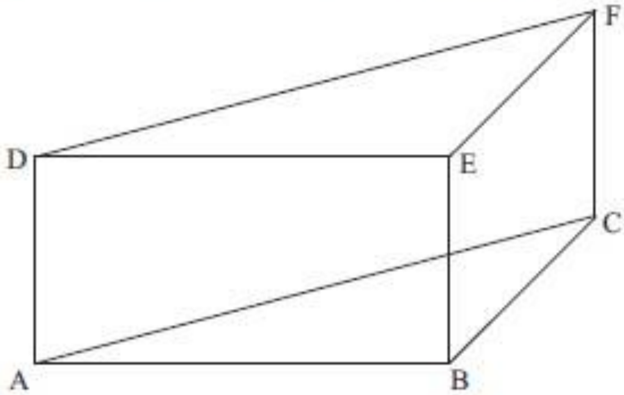
A 2.5 Begründen Sie, dass es unter den Dreiecken $A_nB_nC_n$ kein gleichschenkliges Dreieck gibt.

Lösung

MI Nach A3

A 3.0 Das gleichschenklig-rechtwinklige Dreieck ABC mit der Basis [AC] ist die Grundfläche eines geraden Prismas ABCDEF. Der Punkt D liegt senkrecht über dem Punkt A. Es gilt: $\overline{AB} = 6\,\text{cm}$ und $\overline{AD} = 3\,\text{cm}$.

In der Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$; [AB] liegt auf der Schrägbildachse.



A 3.1 Punkte P_n liegen auf der Strecke [CF]. Die Winkel CAP_n haben das Maß φ mit $\varphi \in]0°; 19{,}47°]$. Die Punkte P_n sind die Spitzen von Pyramiden $ABCP_n$.

Zeichnen Sie die Pyramide $ABCP_1$ für $\overline{CP_1} = 1\,\text{cm}$ in das Schrägbild zu 3.0 ein und zeigen Sie sodann, dass für die Höhe der Pyramiden $ABCP_n$ in Abhängigkeit von φ gilt: $\overline{CP_n}(\varphi) = 8{,}49\,\text{cm} \cdot \tan\varphi$.

2 P

A 3.2 Das Volumen der Pyramide $ABCP_2$ beträgt $7\,\text{cm}^3$. Berechnen Sie das zugehörige Winkelmaß φ. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma.

2 P

A 3.3 Für die Höhe der Pyramide $ABCP_3$ gilt: $\overline{CP_3} = 0{,}5 \cdot \overline{CF}$. Kreuzen Sie an, welchen Anteil das Volumen der Pyramide $ABCP_3$ am Volumen des Prismas ABCDEF besitzt.

□ $\frac{1}{8}$ □ $\frac{1}{6}$ □ $\frac{1}{4}$ □ $\frac{1}{3}$ □ $\frac{1}{2}$ □ $\frac{3}{4}$ 1 P

MI Nach B1

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2012

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 1 **Nachtermin**

B 1.0 Punkte $C_n(x\,|\,0{,}8x)$ auf der Geraden g mit der Gleichung $y = 0{,}8x$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$) bilden für $x > 0$ zusammen mit den Punkten $A(0\,|\,0)$, B_n und D_n Drachenvierecke $AB_nC_nD_n$ mit der Symmetrieachse g. Die Winkel B_nAC_n haben das Maß 60°. Punkte M_n sind die Schnittpunkte der Diagonalen der Drachenvierecke $AB_nC_nD_n$. Es gilt: $\overline{AM_n} : \overline{M_nC_n} = 1 : 3$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Zeichnen Sie die Gerade g, die Drachenvierecke $AB_1C_1D_1$ für $x = 3{,}5$ und $AB_2C_2D_2$ für $x = 8$ sowie die Diagonalen $[B_1D_1]$ und $[B_2D_2]$ mit den Diagonalenschnittpunkten M_1 und M_2 in ein Koordinatensystem. Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-2 \leqq x \leqq 12$; $-3 \leqq y \leqq 11$. 3 P

B 1.2 Bestätigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Strecken $[AB_n]$ gilt: $\overline{AB_n} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AC_n}$. 2 P

B 1.3 Die Punkte C_n können auf die Punkte B_n abgebildet werden. Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte B_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte C_n.
[Ergebnis: $B_n(0{,}60x\,|\,-0{,}23x)$] 3 P

B 1.4 Bestimmen Sie rechnerisch die Gleichung des Trägergraphen h der Punkte B_n. 1 P

B 1.5 Das Drachenviereck $AB_3C_3D_3$ hat einen Flächeninhalt von 25 FE. Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes C_3. 3 P

B 1.6 Jedes Dreieck AB_nC_n und das zugehörige Drachenviereck $AB_nC_nD_n$ haben jeweils einen gemeinsamen Umkreis, dessen Mittelpunkt U_n stets auf der Symmetrieachse g liegt. Das Drachenviereck $AB_4C_4D_4$ hat den Umkreismittelpunkt $U_4(5\,|\,4)$. Zeichnen Sie das Drachenviereck $AB_4C_4D_4$ mit dem zugehörigen Umkreis in die Zeichnung zu 1.1 ein. Berechnen Sie sodann die Koordinaten des Punktes B_4. 3 P

B 1.7 Begründen Sie, dass die Winkel $D_nC_nB_n$ das Maß 60° haben. 2 P

Lösung

MI Nach B2

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2012
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 2 **Nachtermin**

B 2.0 Das gleichschenklige Trapez ABCD hat die parallelen Seiten [AD] und [BC] mit $\overline{AD} = 12\text{ cm}$ und $\overline{BC} = 6\text{ cm}$. Der Mittelpunkt der Seite [AD] ist der Punkt E, der Mittelpunkt der Seite [BC] ist der Punkt F. Es gilt: $\overline{EF} = 5\text{ cm}$.
Das gleichschenklige Trapez ABCD ist die Grundfläche einer Pyramide ABCDS, deren Spitze S senkrecht über dem Punkt F liegt. Es gilt: $\overline{FS} = 10\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei die Strecke [EF] auf der Schrägbildachse und der Punkt E links vom Punkt F liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$. 2 P

B 2.2 Berechnen Sie das Maß des Winkels FES und die Länge der Strecke [ES].
[Ergebnis: $\sphericalangle FES = 63{,}43°$; $\overline{ES} = 11{,}18\text{ cm}$] 2 P

B 2.3 Der Mittelpunkt der Strecke [EF] ist der Punkt L. Die Parallele zu [AD] durch den Punkt L schneidet die Strecke [AB] im Punkt G und die Strecke [DC] im Punkt H.
Punkte M_n liegen auf der Strecke [ES]. Die Punkte M_n sind die Mittelpunkte der Strecken $[P_nQ_n]$ mit $P_n \in [DS]$ und $Q_n \in [AS]$. Es gilt: $P_nQ_n \parallel GH$.
Die Winkel M_nLE haben das Maß φ. Die Punkte G, H, P_n und Q_n bilden für $\varphi \in [0°; 104{,}04°[$ gleichschenklige Trapeze GHP_nQ_n.
Zeichnen Sie das Trapez GHP_1Q_1 für $\varphi = 85°$ in das Schrägbild zu 2.1 ein.
Begründen Sie sodann die obere Intervallgrenze für φ. 3 P

B 2.4 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Strecken $[LM_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt:

$$\overline{LM_n}(\varphi) = \frac{2{,}24}{\sin(63{,}43° + \varphi)}\text{ cm}.$$

Unter den Strecken $[LM_n]$ hat die Strecke $[LM_2]$ die minimale Länge.
Berechnen Sie das zugehörige Winkelmaß φ. 3 P

B 2.5 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Länge der Strecken $[P_nQ_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt:

$$\overline{P_nQ_n}(\varphi) = \left(12 - \frac{2{,}68 \cdot \sin\varphi}{\sin(63{,}43° + \varphi)}\right)\text{cm}.$$

4 P

B 2.6 Überprüfen Sie rechnerisch, ob das Trapez GHP_3Q_3 für $\varphi = 70°$ ein Rechteck ist. 3 P

MII A1

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2012
an den Realschulen in Bayern

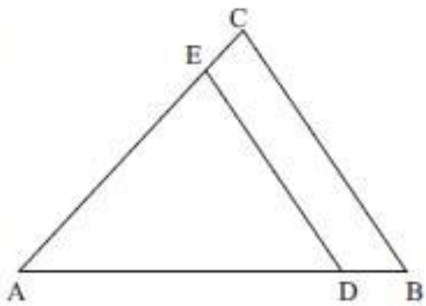
Mathematik II

Name: ____________ Vorname: ____________

Klasse: ____________ Platzziffer: ____________ Punkte: ____________

Aufgabe A 1 **Haupttermin**

A 1 Die nebenstehende Skizze zeigt den Plan eines dreieckigen Grundstücks ABC. Zum Bau einer neuen Straße muss ein Teil des Grundstücks abgetreten werden. Dabei verkürzen sich die Seiten [AB] und [AC] jeweils um ein Sechstel ihrer ursprünglichen Länge auf die Seiten [AD] und [AE].



Es gilt: $\overline{AB} = 60\text{ m}$; $\overline{BC} = 45\text{ m}$; $\overline{AC} = 51\text{ m}$.

Berechnen Sie den Inhalt A_{DBCE} der abgetretenen Fläche und geben Sie an, um wie viel Prozent sich das Grundstück verkleinert hat.

[Teilergebnis: $\sphericalangle BAC = 46{,}97°$]

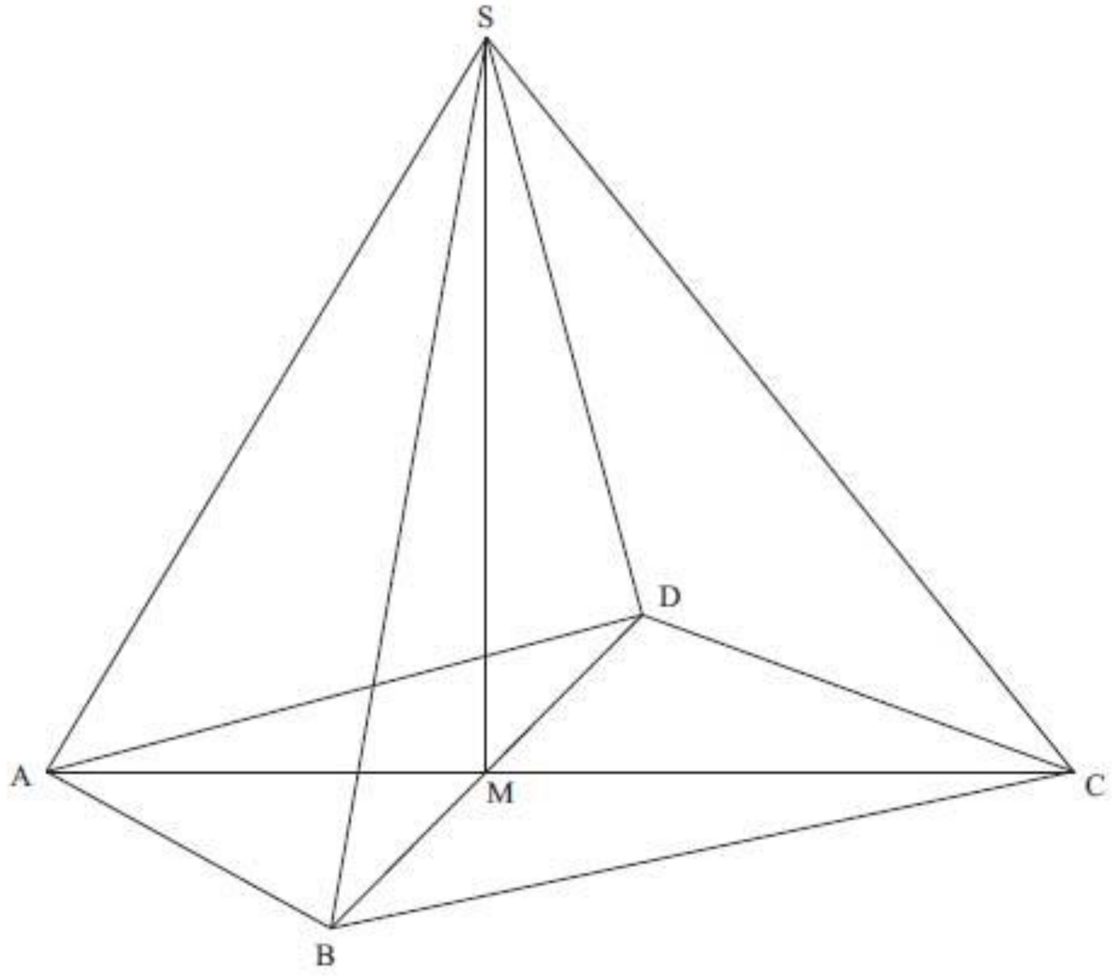
Lösung

MII A2

A 2.0 Das Drachenviereck ABCD mit der Symmetrieachse AC ist die Grundfläche der Pyramide ABCDS. Die Spitze S liegt senkrecht über dem Diagonalenschnittpunkt M des Drachenvierecks.
Es gilt: $\overline{AC} = 14\text{ cm}$; $\overline{AM} = 6\text{ cm}$; $\overline{BD} = 12\text{ cm}$; $\overline{MS} = 10\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

In der Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$; [AC] liegt auf der Schrägbildachse.



A 2.1 Berechnen Sie das Maß α des Winkels CAS und die Länge der Strecke [AS].
[Ergebnisse: $\alpha = 59{,}04°$; $\overline{AS} = 11{,}66\text{ cm}$]

A 2.2 Punkte P_n liegen auf der Strecke [AS] mit $\overline{AP_n} = x$ cm, $0 \leqq x \leqq 11{,}66$; $x \in \mathbb{R}$. Zeichnen Sie den Punkt P_1 für $x = 2{,}5$ und die Strecke $[P_1C]$ in die Zeichnung zu 2.0 ein. Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke $[P_1C]$ und das Maß des Winkels P_1CA.

3 P

A 2.3 Unter den Strecken $[P_nC]$ hat die Strecke $[P_2C]$ die minimale Länge. Berechnen Sie die Länge der Strecke $[AP_2]$.

1 P

A 2.4 Berechnen Sie den Flächeninhalt $A_{\Delta ABS}$ des Dreiecks ABS.

MII A3

Aufgabe A 3 — Haupttermin

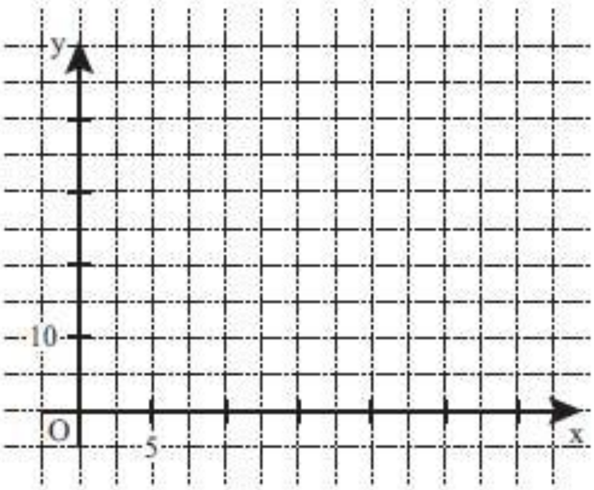
A 3.0 Niger ist ein Staat in Westafrika. Zu Beginn des Jahres 2010 lebten dort etwa 15,5 Millionen Menschen. Unter der Annahme einer gleichbleibenden jährlichen Wachstumsrate lässt sich die Einwohnerzahl y Millionen nach x Jahren näherungsweise durch die Funktion f mit der Gleichung $y = 15,5 \cdot 1,035^x$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$ beschreiben.

A 3.1 Um wie viel Prozent wächst nach dieser Annahme ab dem Jahresbeginn 2010 die Einwohnerzahl in Niger jährlich?

1 P

A 3.2 Ergänzen Sie die Wertetabelle auf eine Stelle nach dem Komma gerundet. Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f in das Koordinatensystem.

x	0	5	10	15	20	25	30
$15,5 \cdot 1,035^x$							



2 P

A 3.3 Geben Sie mithilfe des Graphen zu f an, nach wie vielen Jahren die Einwohnerzahl von Niger 25 Millionen betragen würde.

1 P

A 3.4 Berechnen Sie auf Millionen gerundet, wie viele Einwohner Niger bei gleich bleibender jährlicher Zuwachsrate zu Beginn des Jahres 2064 haben würde.

Lösung

MII B1

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2012

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 1 **Haupttermin**

B 1.0 Die Parabel p verläuft durch die Punkte $P(-5|-19)$ und $Q(7|5)$. Sie hat eine Gleichung der Form $y=-0,25x^2+bx+c$ mit $\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ und $b,c\in\mathbb{R}$. Die Gerade g ist festgelegt durch die Punkte $R(0|2,5)$ und $S(5|0)$.

B 1.1 Zeigen Sie durch Berechnung der Werte für b und c, dass die Parabel p die Gleichung $y=-0,25x^2+2,5x-0,25$ hat und bestimmen Sie die Gleichung der Geraden g. Zeichnen Sie sodann die Parabel p für $x\in[0;12]$ und die Gerade g in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-1\leqq x\leqq 14$; $-7\leqq y\leqq 7$ 5 P

B 1.2 Punkte $A_n(x|-0,5x+2,5)$ auf der Geraden g und Punkte $D_n(x|-0,25x^2+2,5x-0,25)$ auf der Parabel p haben dieselbe Abszisse x und sind zusammen mit Punkten B_n und C_n die Eckpunkte von Trapezen $A_nB_nC_nD_n$.
Es gilt: $[A_nB_n]\parallel[C_nD_n]$; $\sphericalangle B_nA_nD_n=90°$; $x_{A_n}<x_{B_n}$; $\overline{A_nB_n}=4\text{ LE}$ und $\overline{C_nD_n}=2\text{ LE}$.
Zeichnen Sie die Trapeze $A_1B_1C_1D_1$ für $x=2$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x=9$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

B 1.3 Bestätigen Sie durch Rechnung, dass für den Flächeninhalt A der Trapeze $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt:
$A(x)=(-0,75x^2+9x-8,25)\text{ FE}$ 2 P

B 1.4 Ermitteln Sie rechnerisch, für welche Werte von x es Trapeze $A_nB_nC_nD_n$ gibt. 2 P

B 1.5 Unter den Trapezen $A_nB_nC_nD_n$ besitzt das Trapez $A_0B_0C_0D_0$ den maximalen Flächeninhalt.
Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Trapezes $A_0B_0C_0D_0$ und den zugehörigen Wert für x. 2 P

B 1.6 Bestimmen Sie im Trapez $A_2B_2C_2D_2$ aus Aufgabe 1.2 rechnerisch das Maß des Winkels $\sphericalangle C_2B_2A_2$. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma.
Begründen Sie sodann, dass es kein Trapez $A_nB_nC_nD_n$ gibt, für das gilt: $\sphericalangle C_nB_nA_n=75°$. 4 P

MII B2

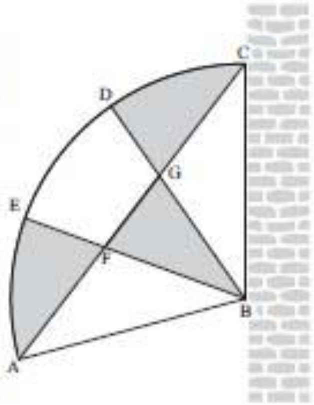
Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2012

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 2 **Haupttermin**



B 2.0 Nebenstehende Skizze zeigt einen kreissektorförmigen Sonnenfächer, der Balkone vor Sonne, Wind und neugierigen Blicken schützen soll. Zwei Stäbe zwischen den Punkten D und B sowie zwischen den Punkten E und B teilen den Sonnenfächer in drei kongruente Teilsektoren.
Es gilt: $\overline{BC} = 110{,}0$ cm ; $b = 201{,}6$ cm ist die Länge des Bogens $\overset{\frown}{CA}$; $D \in \overset{\frown}{CA}$; $E \in \overset{\frown}{CA}$.

Runden Sie im Folgenden auf eine Stelle nach dem Komma.

B 2.1 Berechnen Sie das Maß β des Winkels $\sphericalangle CBA$. Zeichnen Sie den Kreissektor BCA mit dem Mittelpunkt B und dem Radius $\overline{BC}$ sowie die Strecken [DB], [EB] und [AC] im Maßstab 1:10.
[Ergebnis: $\beta = 105{,}0°$] 3 P

B 2.2 Um die Stabilität des Sonnenfächers zu erhöhen, wird zwischen den Punkten A und C eine Stange eingezogen, die um 5% kürzer ist als die Strecke [AC].
Bestimmen Sie rechnerisch die Länge ℓ dieser Stange. 2 P

B 2.3 An den Punkten B und C wird der Sonnenfächer an einer Mauer fest verankert. Zeigen Sie durch Rechnung, dass für den Abstand d des Punktes A zu dieser Mauer gilt: $d = 106{,}3$ cm . 2 P

B 2.4 Die Strecke [AC] schneidet die Strecke [DB] im Punkt G und die Strecke [EB] im Punkt F. Berechnen Sie die Länge der Strecke [GB] sowie den Flächeninhalt $A_{\Delta BGF}$ des Dreiecks BGF.
[Ergebnisse: $\overline{GB} = 70{,}2$ cm ; $A_{\Delta BGF} = 1413{,}3$ cm^2] 4 P

B 2.5 Bestimmen Sie rechnerisch den Flächeninhalt A_{CDG} der Figur CDG, die durch den Kreisbogen $\overset{\frown}{CD}$ sowie die Strecken [DG] und [GC] begrenzt wird.
[Ergebnis: $A_{CDG} = 1481{,}2$ cm^2] 2 P

B 2.6 Der Sonnenfächer soll zweifarbig gestaltet werden. Dazu werden die Flächen der Figur CDG , der Figur EAF und des Dreiecks BGF entsprechend der Skizze dunkel abgesetzt.
Zeigen Sie rechnerisch, dass der helle Teil um mehr als 40% größer ist als der dunkle Teil. 4 P

Lösung

MII Nach A1

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2012

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Name: ______________________ Vorname: ______________________

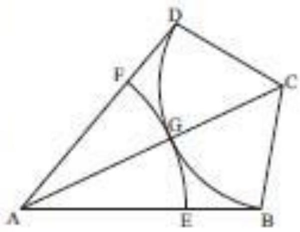
Klasse: ______________ Platzziffer: ______________ Punkte: ______________

Aufgabe A 1 **Nachtermin**

A 1 Die nebenstehende Skizze zeigt das Drachenviereck ABCD mit der Symmetrieachse AC.

Es gilt: $\overline{AB} = 8\text{ cm}$; $\sphericalangle BAD = 50°$; $\sphericalangle CBA = 100°$.

Der Kreisbogen $\overset{\frown}{DB}$ hat den Mittelpunkt C und schneidet die Strecke [AC] im Punkt G. Der Kreisbogen $\overset{\frown}{EF}$ mit $E \in [AB]$ und $F \in [AD]$ hat den Mittelpunkt A und berührt den Kreisbogen $\overset{\frown}{DB}$ im Punkt G.



Berechnen Sie die Länge der Strecke [BC] und bestimmen Sie sodann durch Rechnung den Umfang der Figur BGE, die durch die Kreisbögen $\overset{\frown}{EG}$, $\overset{\frown}{GB}$ sowie die Strecke [BE] begrenzt wird. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma.

[Teilergebnis: $\overline{BC} = 4{,}13\text{ cm}$]

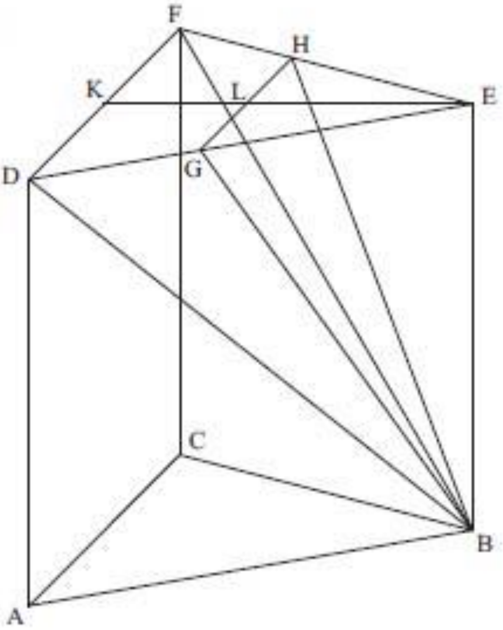
MII Nach A2

Aufgabe A 2 **Nachtermin**

A 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild des geraden Prismas ABCDEF mit dem gleichseitigen Dreieck ABC als Grundfläche. Die Strecke [GH] mit $G \in [DE]$ und $H \in [FE]$ ist parallel zur Strecke [DF]. Die Punkte K und L sind die Mittelpunkte der Strecken [DF] und [GH]. Die Fläche DGHF ist die Grundfläche der Pyramide DGHFB mit der Spitze B.
Es gilt:
$\overline{AB} = 6\text{ cm}$; $\overline{AD} = 6\text{ cm}$; $\overline{KL} = 2\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf eine Stelle nach dem Komma.

In der Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$



A 2.1 Berechnen Sie das Volumen der Pyramide DGHFB.
[Teilergebnisse: $\overline{GH} = 3{,}7\text{ cm}$; $\overline{EL} = 3{,}2\text{ cm}$]

A 2.2 Berechnen Sie das Maß des Winkels LBK.

3 P

A 2.3 Das Dreieck GEH ist die Grundfläche der Pyramide GEHB mit der Spitze B.
Berechnen Sie die Oberfläche O dieser Pyramide.

Lösung

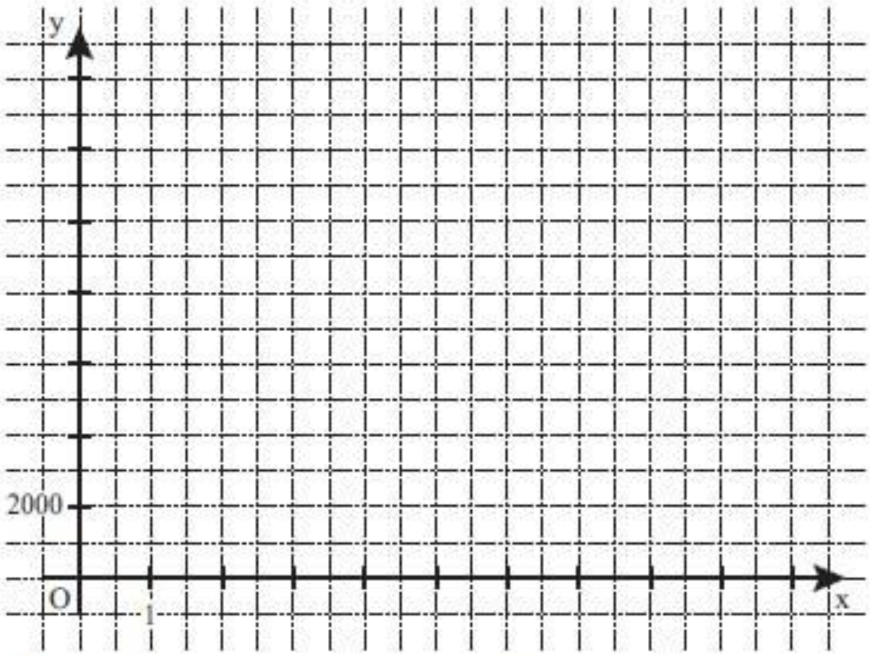
MII Nach A3

Aufgabe A 3 — Nachtermin

A 3.0 Der Wert eines zwei Jahre alten Gebrauchtwagens beträgt derzeit 12750 €. Seit dem Neukauf hat das Fahrzeug jährlich 16 % an Wert verloren. Bei gleichbleibendem prozentualen Wertverlust lässt sich nach x Jahren der Zeitwert y € des Wagens durch die Funktion f mit der Gleichung $y = 12750 \cdot 0{,}84^x$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$ beschreiben.

A 3.1 Ergänzen Sie die Wertetabelle auf Ganze gerundet.
Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f in das Koordinatensystem.

x	0	2	4	6	8	10
$12750 \cdot 0{,}84^x$						



2 P

A 3.2 Das Auto soll mit einem Zeitwert von 5000 € verkauft werden. Geben Sie mithilfe des Graphen zu f an, wie viele Jahre man mit dem Verkauf noch warten muss.

1 P

A 3.3 Berechnen Sie den Wert des Autos beim Neukauf auf ganze Euro gerundet.

MII Nach B1

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2012

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 1 **Nachtermin**

B 1.0 Die Parabel p verläuft durch die Punkte $P(-2|-3)$ und $Q(3|4,5)$. Sie hat eine Gleichung der Form $y = ax^2 + bx + 3$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ und $b \in \mathbb{R}$.
Die Gerade g ist festgelegt durch die Punkte $A(-1|-3)$ und $D(12|3,5)$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Zeigen Sie durch Berechnung der Werte für a und b, dass die Parabel p die Gleichung $y = -0,5x^2 + 2x + 3$ hat und bestimmen Sie sodann die Koordinaten des Scheitelpunktes S der Parabel p. Zeichnen Sie die Parabel p für $x \in [-3;\ 6]$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4 \leqq x \leqq 7$; $-8 \leqq y \leqq 6$ 4 P

B 1.2 Berechnen Sie die Gleichung der Geraden g und zeichnen Sie diese in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.
[Ergebnis: $g:\ y = 0,5x - 2,5$] 2 P

B 1.3 Begründen Sie rechnerisch, dass sich die Parabel p und die Gerade g in zwei Punkten schneiden. 2 P

B 1.4 Punkte $B_n(x|-0,5x^2 + 2x + 3)$ und C_n auf der Parabel p sind zusammen mit dem Punkt $A(-1|-3)$ Eckpunkte von Dreiecken AB_nC_n. Die x-Koordinate der Punkte C_n ist um 3 kleiner als die Abszisse x der Punkte B_n.
Zeichnen Sie die Dreiecke AB_1C_1 für $x = 1,5$ und AB_2C_2 für $x = 5$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.
Zeigen Sie sodann, dass für die Koordinaten der Punkte C_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte B_n gilt: $C_n(x-3|-0,5x^2 + 5x - 7,5)$ 3 P

B 1.5 Berechnen Sie den Flächeninhalt A des Dreiecks AB_1C_1. 3 P

B 1.6 Im Dreieck AB_2C_2 aus 1.4 besitzt der Winkel B_2AC_2 das Maß α.
Berechnen Sie α. 3 P

Lösung

MII Nach B2

Prüfungsdauer: 150 Minuten

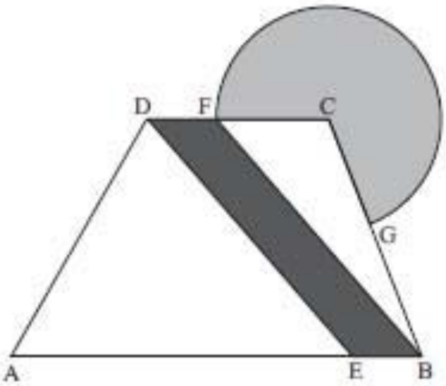
Abschlussprüfung 2012

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 2 **Nachtermin**

B 2.0 Die Grundfläche des Erlebnisbeckens eines Schwimmbades hat die Form eines Trapezes mit angrenzendem Kreissektor. Teile des Bodens sollen farbig gestaltet werden. In nebenstehender Skizze sind die geplanten Farbbereiche dargestellt.
Es gilt: $[AB] \parallel [CD]$; $\overline{AB} = 60\,\text{m}$; $\overline{AC} = 58\,\text{m}$; $\overline{AD} = 40\,\text{m}$; $\measuredangle BAD = 60°$.



Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie das Trapez ABCD im Maßstab 1:500. Berechnen Sie das Maß des Winkels DCA und den Abstand der beiden parallelen Seiten [AB] und [CD].
[Ergebnis: $\measuredangle DCA = 36{,}67°$; $d([AB];[CD]) = 34{,}64\,\text{m}$] 4 P

B 2.2 Durch den trapezförmigen Bereich ABCD des Bodens soll ein blauer Streifen mit den parallelen Begrenzungslinien [ED] und [BF] verlaufen. Dabei gilt: $E \in [AB]$ mit $\overline{EB} = 10\,\text{m}$ und $F \in [CD]$.
Zeichnen Sie die Begrenzungslinien [ED] und [BF] in die Zeichnung zu 2.1 ein und berechnen Sie sodann die Länge der Strecke [ED].
[Ergebnis: $\overline{ED} = 45{,}83\,\text{m}$] 2 P

B 2.3 Berechnen Sie den Flächeninhalt des blauen Streifens EBFD.
[Ergebnis: $A_{EBFD} = 346{,}40\,\text{m}^2$] 2 P

B 2.4 Der kreissektorförmige Bereich CGF mit dem Mittelpunkt C wird in türkiser Farbe gestaltet. Dabei schneidet der Kreis um C mit dem Radius $\overline{CF}$ die Seite [BC] im Punkt G.
Tragen Sie den Kreisbogen $\overset{\frown}{GF}$ in die Zeichnung zu 2.1 ein und berechnen Sie sodann das Maß des Winkels ACB.
[Ergebnis: $\measuredangle ACB = 74{,}58°$] 3 P

B 2.5 Zeigen Sie, dass für die Länge der Strecke [DC] gilt: $\overline{DC} = 26{,}52\,\text{m}$.
Berechnen Sie sodann den Flächeninhalt des türkisfarbenen Kreissektors.
[Ergebnis: $A_{\text{Sektor CGF}} = 592{,}42\,\text{m}^2$] 3 P

B 2.6 Bestimmen Sie den prozentualen Anteil der farbigen Flächen an der Gesamtfläche des Beckenbodens. 3 P