Realschulabschlussprüfungen Bayern

2013 MI A1

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2013
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Name: ______________________ Vorname: ______________________

Klasse: ______________ Platzziffer: ______________ Punkte: ______________

Aufgabe A 1 **Haupttermin**

A 1.0 In einer Medikamentenstudie wird in drei zeitgleich beginnenden Laborversuchen die Vermehrung von Krankheitserregern untersucht.
Bei allen Versuchen geht man von anfänglich 10 000 Krankheitserregern aus.

A 1.1 Im ersten Versuch wird festgestellt, dass sich die Anzahl der Krankheitserreger ohne Zugabe eines Medikaments täglich um 16 % vergrößert.
Bestimmen Sie durch Rechnung, am wievielten Tag nach Versuchsbeginn sich die Anzahl der Krankheitserreger verdreifacht hat.

2 P

A 1.2 Beim zweiten Versuch wird zu Beginn ein Medikament A zugegeben. Nach Ablauf von 12 Tagen beträgt die Anzahl der Krankheitserreger 45 000. Berechnen Sie, um wie viel Prozent die Anzahl der Krankheitserreger mit Medikament A täglich zunimmt. Runden Sie auf ganze Prozent.

1 P

A 1.3 Beim dritten Versuch wird ein Medikament B zugegeben, mit dem die Anzahl der Krankheitserreger täglich nur um 8% zunimmt. Bestimmen Sie durch Rechnung, am wievielten Tag nach Versuchsbeginn die Anzahl der Krankheitserreger mit Medikament B halb so groß ist wie die Anzahl der Krankheitserreger aus dem Versuch aus 1.1 ohne Medikament.

MI A2

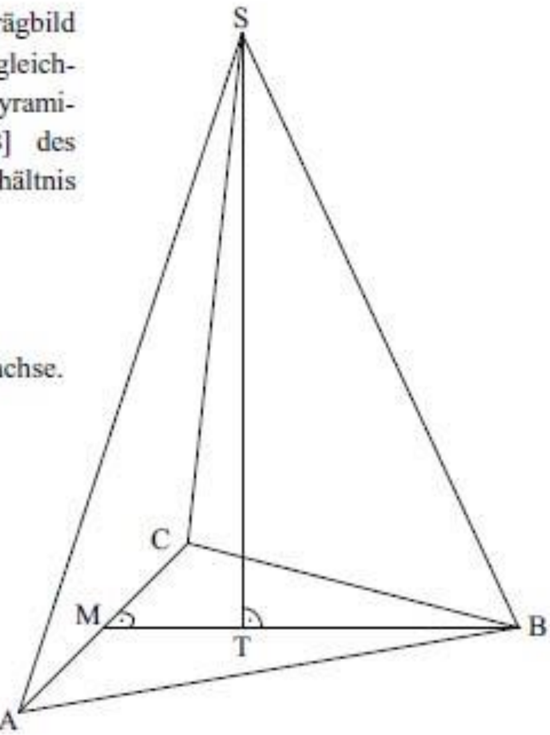
A 2.0 Die nebenstehende Zeichnung zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCS, deren Grundfläche das gleichseitige Dreieck ABC ist. Der Fußpunkt T der Pyramidenhöhe [ST] teilt die Dreieckshöhe [MB] des gleichseitigen Dreiecks ABC im Verhältnis $\overline{MT} : \overline{TB} = 1 : 2$.

Es gilt: $\overline{MB} = 6\text{ cm}$; $\sphericalangle SBM = 65°$.

In der Zeichnung gilt:

$q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$; [MB] liegt auf der Schrägbildachse.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 2.1 Berechnen Sie die Länge der Strecke [ST].
[Ergebnis: $\overline{ST} = 8{,}58\text{ cm}$]

1 P

A 2.2 Punkte P_n liegen auf der Strecke [BS]. Die Winkel BMP_n haben das Maß φ mit $\varphi \in [0°; 76{,}88°]$. Die Punkte P_n sind zusammen mit den Punkten A und C die Eckpunkte von gleichschenkligen Dreiecken AP_nC mit der Basis [AC].
Zeichnen Sie das Dreieck AP_1C für $\varphi = 20°$ in das Schrägbild zu 2.0 ein. 1 P

A 2.3 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Strecken $[MP_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt: $\overline{MP_n}(\varphi) = \frac{5{,}44}{\sin(\varphi + 65°)}\text{ cm}$.

A 2.4 Unter den Dreiecken AP_nC hat das Dreieck AP_2C den minimalen Flächeninhalt. Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks AP_2C.

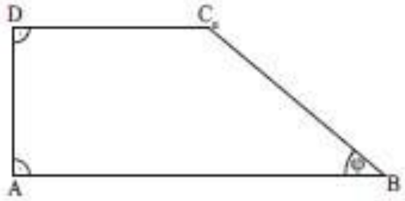
2 P

A 2.5 Die Punkte P_n sind für $\varphi \in]0°; 76,88°]$ Spitzen von Pyramiden $ABCP_n$ mit den Höhen $[P_nF_n]$, deren Fußpunkte F_n auf $[MB]$ liegen. Für das Volumen der Pyramide $ABCP_3$ gilt: $V_{ABCP_3} = \frac{1}{2} \cdot V_{ABCS}$. Bestimmen Sie das zugehörige Winkelmaß φ.

Lösung

MI A3

A 3.0 Die Trapeze ABC_nD (siehe Skizze) haben die parallelen Seiten $[AB]$ und $[C_nD]$. Die Winkel C_nBA haben das Maß φ mit $\varphi \in]21,80°; 90°[$.
Es gilt: $\overline{AB} = 10\text{ cm}$; $\overline{AD} = 4\text{ cm}$; $\sphericalangle BAD = 90°$.



A 3.1 Bestätigen Sie durch Rechnung die untere Intervallgrenze von φ.

1 P

A 3.2 Zeigen Sie, dass für den Flächeninhalt A der Trapeze ABC_nD in Abhängigkeit von φ gilt: $A(\varphi) = \left(40 - \frac{8}{\tan\varphi}\right)\text{cm}^2$.

2 P

A 3.3 Für $\varphi = 50°$ entsteht das Trapez ABC_1D. Der Flächeninhalt des Trapezes ABC_2D ist um 30 % kleiner als der Flächeninhalt des Trapezes ABC_1D.
Berechnen Sie das Maß φ des Winkels C_2BA des Trapezes ABC_2D.

MI B1

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2013
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 1 **Haupttermin**

B 1.0 Gegeben ist die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = 2 \cdot \log_2(x+5)+3$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

B 1.1 Geben Sie die Definitionsmenge und die Wertemenge der Funktion f_1 sowie die Gleichung der Asymptote h an und zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_1 für $x \in [-4,5; 8]$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-6 \leqq x \leqq 8$; $-4 \leqq y \leqq 11$ 4 P

B 1.2 Der Graph der Funktion f_1 wird durch Achsenspiegelung an der x-Achse und anschließende Parallelverschiebung mit dem Vektor $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 8 \end{pmatrix}$ auf den Graphen der Funktion f_2 abgebildet. Zeigen Sie rechnerisch, dass die Funktion f_2 die Gleichung $y = -2 \cdot \log_2(x+6)+5$ besitzt ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$) und zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_2 in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 3 P

B 1.3 Punkte $A_n(x \mid 2 \cdot \log_2(x+5)+3)$ auf dem Graphen zu f_1 und Punkte $B_n(x \mid -2 \cdot \log_2(x+6)+5)$ auf dem Graphen zu f_2 haben dieselbe Abszisse x. Sie sind für $x > -4$ zusammen mit dem Schnittpunkt $S(-4 \mid 3)$ der Graphen zu f_1 und f_2 und Punkten C_n die Eckpunkte von Parallelogrammen $A_nSB_nC_n$.
Zeichnen Sie die Parallelogramme $A_1SB_1C_1$ für $x = 0$ und $A_2SB_2C_2$ für $x = 2$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

B 1.4 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Koordinaten der Diagonalenschnittpunkte M_n der Parallelogramme $A_nSB_nC_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $M_n\left(x \,\middle|\, \log_2 \frac{x+5}{x+6} + 4\right)$.
Berechnen Sie sodann die Koordinaten des Diagonalenschnittpunktes M_3 für $C_3(16 \mid y_{C_3})$ mit $y_{C_3} \in \mathbb{R}$. 3 P

B 1.5 Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte C_n in Abhängigkeit von x. 2 P

B 1.6 Begründen Sie durch Rechnung, dass es unter den Parallelogrammen $A_nSB_nC_n$ keine Raute gibt. 3 P

Lösung

MI B2

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2013

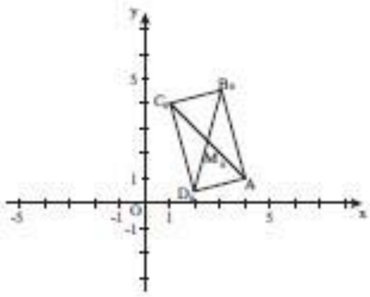
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 2 **Haupttermin**

B 2.0 Der Punkt $A(4|1)$ ist gemeinsamer Eckpunkt von Rechtecken $AB_nC_nD_n$. Die Diagonalenschnittpunkte $M_n(x|0{,}2x+2)$ der Rechtecke $AB_nC_nD_n$ liegen auf der Geraden g mit der Gleichung $y = 0{,}2x+2$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$. Es gilt: $\sphericalangle B_nAM_n = 30°$.

Die nebenstehende Skizze zeigt das Rechteck $AB_0C_0D_0$ für $x = 2{,}5$.



Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie die Gerade g und die Rechtecke $AB_1C_1D_1$ für $x = 0$ und $AB_2C_2D_2$ für $x = 5$ in ein Koordinatensystem.

Zeigen Sie sodann durch Rechnung, dass der Punkt C_1 die Koordinaten $C_1(-4|3)$ besitzt.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-5 \leqq x \leqq 8$; $-3 \leqq y \leqq 7$ — 4 P

B 2.2 Zeigen Sie, dass für die Länge der Strecken $[AB_n]$ gilt: $\overline{AB_n} = \sqrt{3} \cdot \overline{AM_n}$. — 1 P

B 2.3 Ermitteln Sie rechnerisch die Koordinaten der Punkte B_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte M_n.

[Ergebnis: $B_n(1{,}67x-1{,}13|-0{,}57x+5{,}96)$] — 3 P

B 2.4 Bestimmen Sie die Gleichung des Trägergraphen h der Punkte B_n und zeichnen Sie sodann den Trägergraphen h in das Koordinatensystem zu 2.1 ein.

[Ergebnis: $h: y = -0{,}34x+5{,}57$] — 3 P

B 2.5 Im Rechteck $AB_3C_3D_3$ gilt: $B_3 \in g$. Berechnen Sie die Koordinaten des zugehörigen Diagonalenschnittpunktes M_3. — 3 P

B 2.6 Unter den Rechtecken $AB_nC_nD_n$ hat das Rechteck $AB_4C_4D_4$ den kleinstmöglichen Flächeninhalt.

Berechnen Sie die x-Koordinate des zugehörigen Diagonalenschnittpunktes M_4 und geben Sie den minimalen Flächeninhalt an. — 3 P

MI Nach A1

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2013

an den Realschulen in Bayern

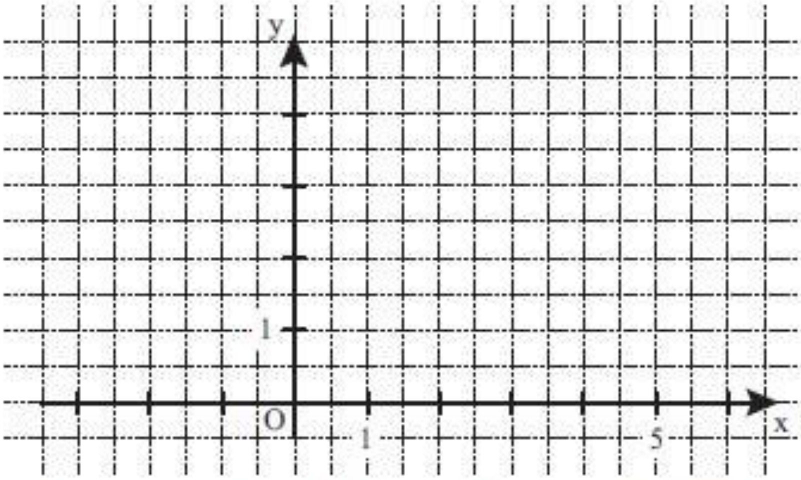
Mathematik I

Name: ______________________ Vorname: ______________________

Klasse: ______________ Platzziffer: ______________ Punkte: ______________

Aufgabe A 1 **Nachtermin**

A 1.0 Punkte $C_n(x\,|\,x+1)$ auf der Geraden g mit der Gleichung $y = x + 1$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$) und Punkte B_n auf der Geraden h mit der Gleichung $y = 3$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$) bilden zusammen mit dem Punkt $A(0\,|\,0)$ Dreiecke AB_nC_n. Die Abszisse der Punkte B_n ist stets um zwei größer als die Abszisse x der Punkte C_n.



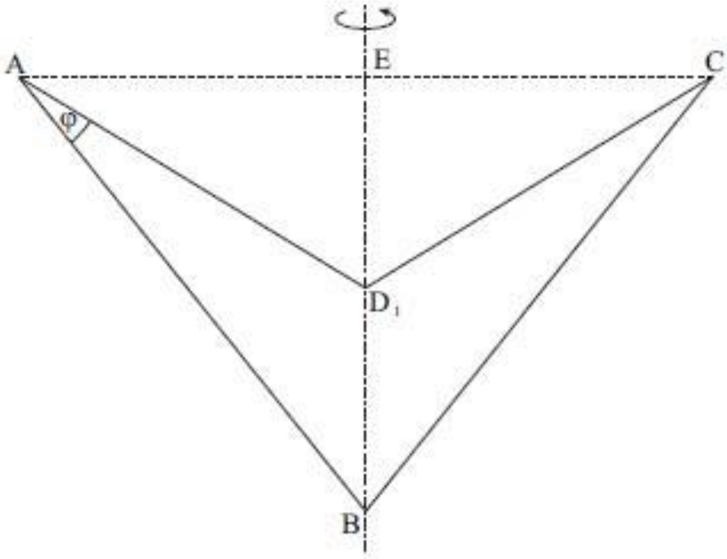
A 1.1 Zeichnen Sie die Geraden g und h sowie das Dreieck AB_1C_1 für $x = 3$ in das Koordinatensystem zu 1.0 ein. 2 P

A 1.2 Unter den Dreiecken AB_nC_n gibt es zwei rechtwinklige Dreiecke AB_2C_2 und AB_3C_3 mit den Hypotenusen $[AB_2]$ bzw. $[AB_3]$. Bestimmen Sie rechnerisch die x-Koordinaten der Punkte C_2 und C_3 auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

Lösung

MI Nach A2

A 2.0 Die Axialschnitte von Rotationskörpern mit der Rotationsachse BE sind achsensymmetrische Vierecke $ABCD_n$.
Die Winkel BAD_n haben das Maß φ mit $\varphi \in]0°; 51{,}32°[$.
Es gilt: $\overline{AB} = \overline{BC} = 8\text{ cm}$ und $\overline{AC} = 10\text{ cm}$.
Die nebenstehende Zeichnung zeigt das Viereck $ABCD_1$ für $\varphi = 20°$.



A 2.1 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Diagonalen $[BD_n]$ der Vierecke $ABCD_n$ in Abhängigkeit von φ gilt: $\overline{BD_n}(\varphi) = \frac{8 \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 38{,}68°)}\text{ cm}$.

2 P

A 2.2 Für $\overline{BD_2} = 4{,}5\text{ cm}$ entsteht das Viereck $ABCD_2$. Berechnen Sie das Maß φ des Winkels BAD_2.

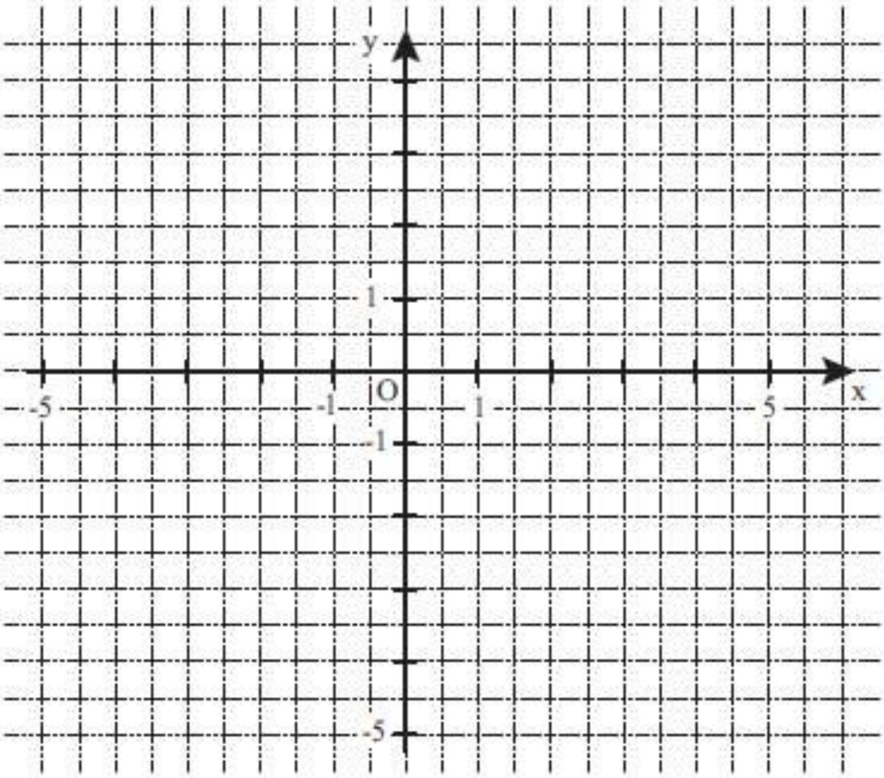
A 2.3 Zeigen Sie rechnerisch, dass für das Volumen V der entstehenden Rotationskörper in Abhängigkeit von φ gilt: $V(\varphi)=\frac{200}{3}\pi\cdot\frac{\sin\varphi}{\sin(\varphi+38{,}68°)}\text{cm}^3$.

2 P

A 2.4 Die Inkreise k_n der Dreiecke AD_nC mit den Mittelpunkten $M_n \in [ED_n]$ und den Radien $r=\overline{M_nE}$ sind Axialschnitte von Kugeln.
Zeichnen Sie den Inkreis k_1 des Dreiecks AD_1C in die Zeichnung zu 2.0 ein.
Berechnen Sie sodann den Oberflächeninhalt O_{Kugel} in Abhängigkeit von φ.

MI Nach A3

A 3.0 Gegeben ist die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = \log_2 x$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$. Der Graph zu f_1 wird durch orthogonale Affinität mit der x-Achse als Affinitätsachse und dem Affinitätsmaßstab k ($k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$) sowie anschließende Parallelverschiebung mit dem Vektor $\overrightarrow{v}$ auf den Graphen der Funktion f_2 mit der Gleichung $y = -0{,}5 \cdot \log_2(x+1) - 3$ abgebildet ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$).



A 3.1 Zeichnen Sie den Graphen zu f_2 in einem geeigneten Intervall in das Koordinatensystem zu 3.0 ein. Geben Sie sodann den Affinitätsmaßstab k und den Verschiebungsvektor $\overrightarrow{v}$ an.

2 P

A 3.2 Bestimmen Sie die nach y aufgelöste Gleichung der Umkehrfunktion f_2^{-1} von f_2 und zeichnen Sie den Graphen zu f_2^{-1} in das Koordinatensystem zu 3.0 ein.

Lösung

MI Nach B1

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2013
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 1 **Nachtermin**

B 1.0 Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $y = 0{,}5^{x+2} + 3$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

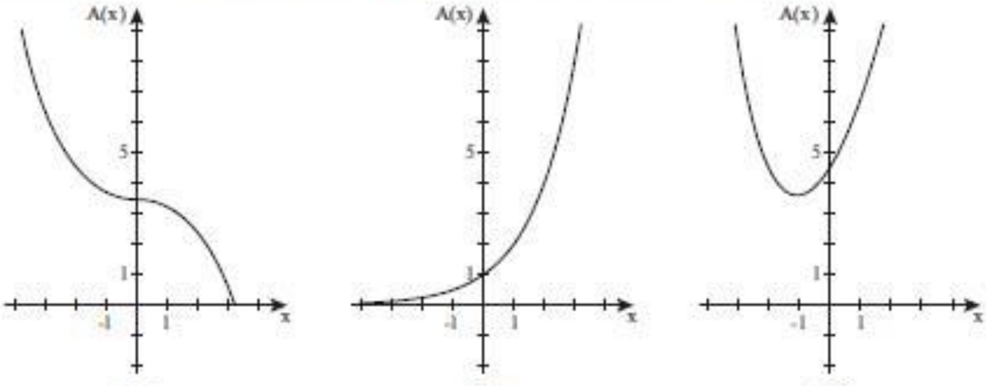
B 1.1 Geben Sie die Definitionsmenge und die Wertemenge der Funktion f an sowie die Gleichung der Asymptote h. Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f für $x \in [-4; 5]$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-5 \leqq x \leqq 5$; $-2 \leqq y \leqq 7$ — 3 P

B 1.2 Punkte $A_n\left(x \mid 0{,}5^{x+2} + 3\right)$ auf dem Graphen zu f und der Punkt $B(-2 \mid 1)$ bilden zusammen mit Punkten C_n gleichschenklig-rechtwinklige Dreiecke A_nBC_n mit den Basen $[A_nC_n]$.
Zeichnen Sie die Dreiecke A_1BC_1 für $x = -3$ und A_2BC_2 für $x = -0{,}5$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. — 2 P

B 1.3 Zeigen Sie, dass für die Punkte C_n in Abhängigkeit von x gilt: $C_n\left(0{,}5^{x+2} \mid -x-1\right)$.
Bestimmen Sie sodann die Gleichung des Trägergraphen t der Punkte C_n. — 5 P

B 1.4 Der Punkt C_3 liegt auf der x-Achse. Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks A_3BC_3. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. — 3 P

B 1.5 Eines der drei untenstehenden Diagramme stellt den Flächeninhalt A der Dreiecke A_nBC_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n dar.
Geben Sie dieses Diagramm an und begründen Sie Ihre Auswahl.



(A) (B) (C) — 2 P

B 1.6 Punkte M_n sind die Mittelpunkte der Strecken $[A_nC_n]$. Der Punkt M_4 liegt auf der Winkelhalbierenden des I. und III. Quadranten.
Bestimmen Sie die x-Koordinate des Punktes A_4. — 2 P

MI Nach B2

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2013

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 2 **Nachtermin**

B 2.0 Die Pfeile $\overrightarrow{AB_n}(\varphi) = \begin{pmatrix} 5\cos\varphi - 2 \\ 5\sin^2\varphi \end{pmatrix}$ mit $A(0\,|\,0)$ und $\varphi \in]0°; 90°[$ legen Trapeze $AB_nC_nD_n$ fest, deren Eckpunkte C_n durch Achsenspiegelung der Punkte B_n an der Geraden g mit der Gleichung $x = -2$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$) entstehen. Die Punkte D_n besitzen dieselbe Abszisse wie die Punkte C_n und liegen auf der x-Achse.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Berechnen Sie die Koordinaten der Pfeile $\overrightarrow{AB_1}$ für $\varphi = 50°$ und $\overrightarrow{AB_2}$ für $\varphi = 70°$ und zeichnen Sie sodann die Gerade g sowie die Trapeze $AB_1C_1D_1$ und $AB_2C_2D_2$ in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-9 \leqq x \leqq 5$; $-2 \leqq y \leqq 7$ — 3 P

B 2.2 Berechnen Sie das Maß des Winkels C_1B_1A. — 2 P

B 2.3 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Gleichung des Trägergraphen t ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$) der Punkte C_n gilt: $y = -\frac{1}{5}(x+2)^2 + 5$.

[Teilergebnis: $C_n\left(-5\cos\varphi - 2\,|\,5\sin^2\varphi\right)$] — 3 P

B 2.4 Unter den Trapezen $AB_nC_nD_n$ gibt es das Rechteck $AB_3C_3D_3$.
Überprüfen Sie rechnerisch, ob das Rechteck $AB_3C_3D_3$ ein Quadrat ist. — 3 P

B 2.5 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für den Flächeninhalt A der Trapeze $AB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von φ gilt: $A(\varphi) = \left(2{,}5\cos\varphi\left(-15\cos^2\varphi - 2\cos\varphi + 15\right) + 5\right)$ FE. — 3 P

B 2.6 Das Trapez $AB_4C_4D_4$ hat den Flächeninhalt 5 FE. Bestimmen Sie das zugehörige Maß φ. — 3 P

Lösung

MII A1

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2013

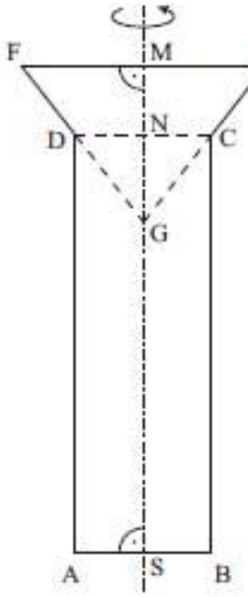
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Name: ______________________ Vorname: ______________________

Klasse: ______________ Platzziffer: ______________ Punkte: ______________

Aufgabe A 1 **Haupttermin**



A 1.0 Die nebenstehende Skizze zeigt den Axialschnitt einer massiven Edelstahlniete mit der Symmetrieachse MS.
Es gilt:
$\overline{AB} = \overline{CD} = 8,00 \text{ mm}$; $\overline{MS} = 28,00 \text{ mm}$;
$\overline{GN} = 5,33 \text{ mm}$; $\overline{EF} = 14,00 \text{ mm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

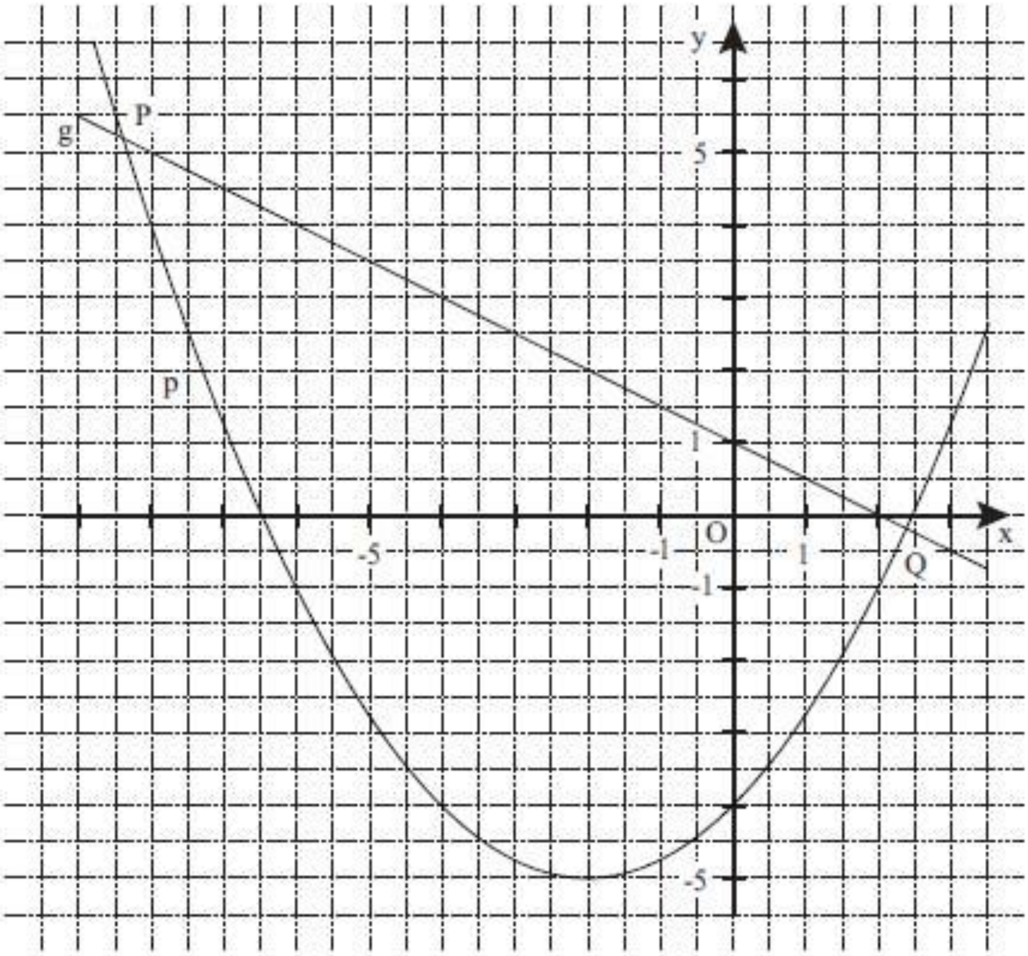
A 1.1 Berechnen Sie das Volumen V der Edelstahlniete.
[Ergebnisse: $\overline{GM} = 9,33 \text{ mm}$; $V = 1595,81 \text{ mm}^3$]

4 P

A 1.2 Bestimmen Sie rechnerisch die Masse der Edelstahlniete, wenn 1 cm^3 Edelstahl eine Masse von 7,85 g hat.

MII A2

A 2.0 Die Parabel p mit dem Scheitel $S(-2|-5)$ hat eine Gleichung der Form $y=0,25x^2+bx+c$ mit $\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ und $b,c\in\mathbb{R}$. Die Gerade g hat die Gleichung $y=-0,5x+1$ mit $\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.
Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 2.1 Zeigen Sie durch Rechnung, dass die Parabel p die Gleichung $y=0,25x^2+x-4$ hat.

A 2.2 Die Gerade g schneidet die Parabel p in den Punkten P und Q.
Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte P und Q.

3 P

A 2.3 Punkte $A_n(x\,|\,0,25x^2+x-4)$ auf der Parabel p und Punkte $B_n(x\,|-0,5x+1)$ auf der Geraden g haben dieselbe Abszisse x und sind für $-8,39<x<2,39$ zusammen mit Punkten C_n die Eckpunkte von Dreiecken $A_nB_nC_n$. Die Punkte C_n liegen auf der Geraden g, wobei die Abszisse der Punkte C_n um 3 kleiner ist als die Abszisse x der Punkte A_n und B_n. Zeichnen Sie für $x_1=-4$ das Dreieck $A_1B_1C_1$ und für $x_2=1$ das Dreieck $A_2B_2C_2$ in das Koordinatensystem zu 2.0 ein. 2 P

A 2.4 Zeigen Sie, dass für die Punkte C_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n und B_n gilt: $C_n(x-3\,|-0,5x+2,5)$

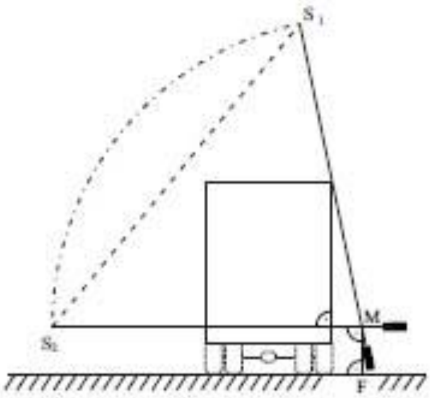
1 P

A 2.5 In allen Dreiecken $A_nB_nC_n$ haben die Winkel $C_nB_nA_n$ das gleiche Maß.
Berechnen Sie das Maß der Winkel $C_nB_nA_n$.

Lösung

MII A3

A 3.0 Die nebenstehende Skizze verdeutlicht die Funktionsweise einer Bahnschranke. $[MS_1]$ stellt die Schranke in geöffnetem Zustand dar, $[MS_2]$ zeigt sie in geschlossenem Zustand. Der Bogen $\widehat{S_1S_2}$ beschreibt den Weg, den die Schrankenspitze beim Schließen und Öffnen zurücklegt. Der Punkt M ist der Drehpunkt der Schranke und bildet zusammen mit dem Punkt F die Strecke $[MF]$ (Schrankenfuß).



Es gilt:
$\overline{MS_1} = \overline{MS_2} = 7{,}00\text{ m}$; $\overline{S_1S_2} = 8{,}85\text{ m}$; $\overline{MF} = 1{,}10\text{ m}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

A 3.1 Berechnen Sie das Maß α des Winkels S_1MS_2 und sodann die Länge b des Bogens $\widehat{S_1S_2}$.
[Teilergebnis: $\alpha = 78{,}42°$]

3 P

A 3.2 Herr Lute überquert mit einem 4,00 m hohen LKW den Bahnübergang. Er fährt einen halben Meter am Schrankenfuß $[MF]$ der geöffneten Schranke vorbei. Überprüfen Sie rechnerisch, ob dabei die Schranke beschädigt wird und begründen Sie Ihre Antwort.

MII B1

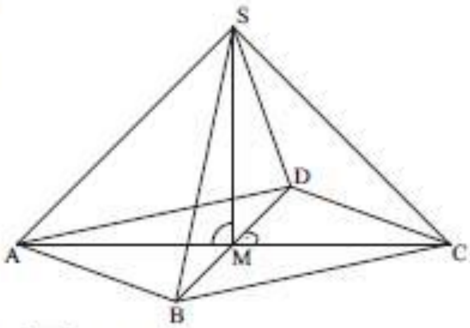
Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2013
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 1 **Haupttermin**

B 1.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCDS, deren Grundfläche die Raute ABCD ist. Die Spitze S der Pyramide ABCDS liegt senkrecht über dem Diagonalenschnittpunkt M der Raute ABCD.
Es gilt: $\overline{AB} = 7{,}5\text{ cm}$; $\overline{BD} = 9\text{ cm}$; $\overline{MS} = 6\text{ cm}$.
Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



B 1.1 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Strecke [AC] gilt: $\overline{AC} = 12\text{ cm}$.
Zeichnen Sie sodann das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei die Strecke [AC] auf der Schrägbildachse und der Punkt A links vom Punkt C liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$. 3 P

B 1.2 Berechnen Sie das Maß des Winkels SBA sowie den Flächeninhalt A des Dreiecks ABS.
[Teilergebnis: $\sphericalangle SBA = 68{,}94°$] 4 P

B 1.3 Verlängert man die Höhe [MS] über S hinaus um x cm, so erhält man Punkte S_n. Verkürzt man gleichzeitig die Diagonale [AC] der Grundfläche von den Punkten A und C aus um jeweils $0{,}5x$ cm, so erhält man Punkte A_n und C_n mit $x \in]0;12[$ und $x \in \mathbb{R}$.
Die Punkte A_n, B, C_n und D sind die Eckpunkte der Grundflächen von Pyramiden $A_nBC_nDS_n$ mit den Spitzen S_n.
Zeichnen Sie die Pyramide $A_1BC_1DS_1$ für x = 2 in das Schrägbild zu 1.1 ein. 1 P

B 1.4 Zeigen Sie, dass sich das Volumen V der Pyramiden $A_nBC_nDS_n$ in Abhängigkeit von x wie folgt darstellen lässt: $V(x) = (-1{,}5x^2 + 9x + 108)\text{cm}^3$.
Unter den Pyramiden $A_nBC_nDS_n$ besitzt die Pyramide $A_2BC_2DS_2$ das maximale Volumen. Berechnen Sie den zugehörigen Wert für x und das Volumen V_{max} der Pyramide $A_2BC_2DS_2$. 3 P

B 1.5 Das Volumen der Pyramide $A_3BC_3DS_3$ beträgt 70 % des Volumens der Pyramide ABCDS. Ermitteln Sie durch Rechnung den zugehörigen Wert von x. 3 P

B 1.6 Der Winkel $C_4A_4S_4$ der Pyramide $A_4BC_4DS_4$ hat das Maß 60°. Berechnen Sie den zugehörigen Wert für x. 3 P

Lösung

MII B2

Prüfungsdauer:
150 Minuten

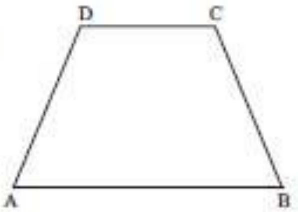
Abschlussprüfung 2013
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 2 **Haupttermin**

B 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt das gleichschenklige Trapez ABCD mit $AB \parallel CD$.
Es gilt: $\overline{AB} = 10\text{ cm}$; $\overline{AD} = 6{,}5\text{ cm}$; $d([AB];[CD]) = 6\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



B 2.1 Zeichnen Sie das Trapez ABCD mit den Diagonalen [AC] und [BD]. 2 P

B 2.2 Berechnen Sie das Maß des Winkels BAD, sowie die Längen der Strecken [AC] und [CD].
[Teilergebnisse: $\overline{AC} = 9{,}60\text{ cm}$; $\overline{CD} = 5\text{ cm}$] 3 P

B 2.3 Der Schnittpunkt E der Diagonalen [AC] und [BD] ist der Mittelpunkt eines Kreises k, der die Grundlinie [AB] im Punkt T berührt. Dieser Kreis schneidet die Diagonale [AC] im Punkt S und die Diagonale [BD] im Punkt R.
Zeichnen Sie den Kreisbogen $\widehat{SR}$ und die Punkte E und T in die Zeichnung zu 2.1 ein. 1 P

B 2.4 Ermitteln Sie durch Rechnung den Flächeninhalt des Kreissektors, der durch die Strecken [RE], [ES] und den Kreisbogen $\widehat{SR}$ begrenzt wird.
[Ergebnisse: $\overline{ET} = 4\text{ cm}$; $\sphericalangle AET = 51{,}34°$; $A_{\text{Sektor}} = 14{,}34\text{ cm}^2$] 4 P

B 2.5 Bestimmen Sie rechnerisch den Umfang u der Figur, die durch die Strecken [RD], [DS] und den Kreisbogen $\widehat{SR}$ begrenzt wird.
[Teilergebnis: $\overline{DE} = 3{,}20\text{ cm}$] 4 P

B 2.6 Überprüfen Sie rechnerisch, ob der Flächeninhalt A der Figur aus 2.5 mehr als die Hälfte des Flächeninhaltes des Trapezes beträgt. 3 P

MII Nach A1

Prüfungsdauer:
150 Minuten

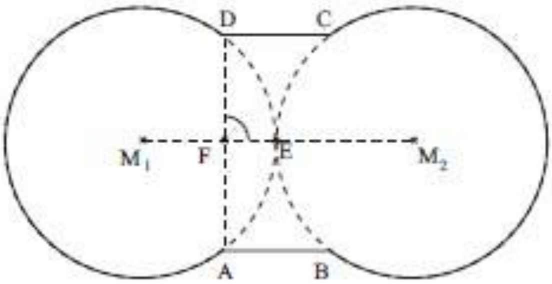
Abschlussprüfung 2013
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Name: ______________________ Vorname: ______________________

Klasse: ______________ Platzziffer: ______________ Punkte: ______________

Aufgabe A 1 **Nachtermin**



A 1 Die nebenstehende Skizze zeigt die Figur, die zum Einbau einer Küchenspüle aus einer Arbeitsplatte ausgesägt werden muss. Die Figur wird begrenzt durch die Kreisbögen $\overset{\frown}{BC}$ und $\overset{\frown}{DA}$ sowie die parallelen Strecken [AB] und [DC].

Die Kreise $k_1\left(M_1; r = \overline{M_1A}\right)$ und $k_2\left(M_2; r = \overline{M_2B}\right)$ berühren sich im Punkt $E \in [M_1M_2]$.

Es gilt: $\overline{M_1A} = \overline{M_2B} = 25\text{ cm}$; $\overline{AB} = \overline{CD} = 20\text{ cm}$.

Berechnen Sie den Flächeninhalt der ausgesägten Figur.

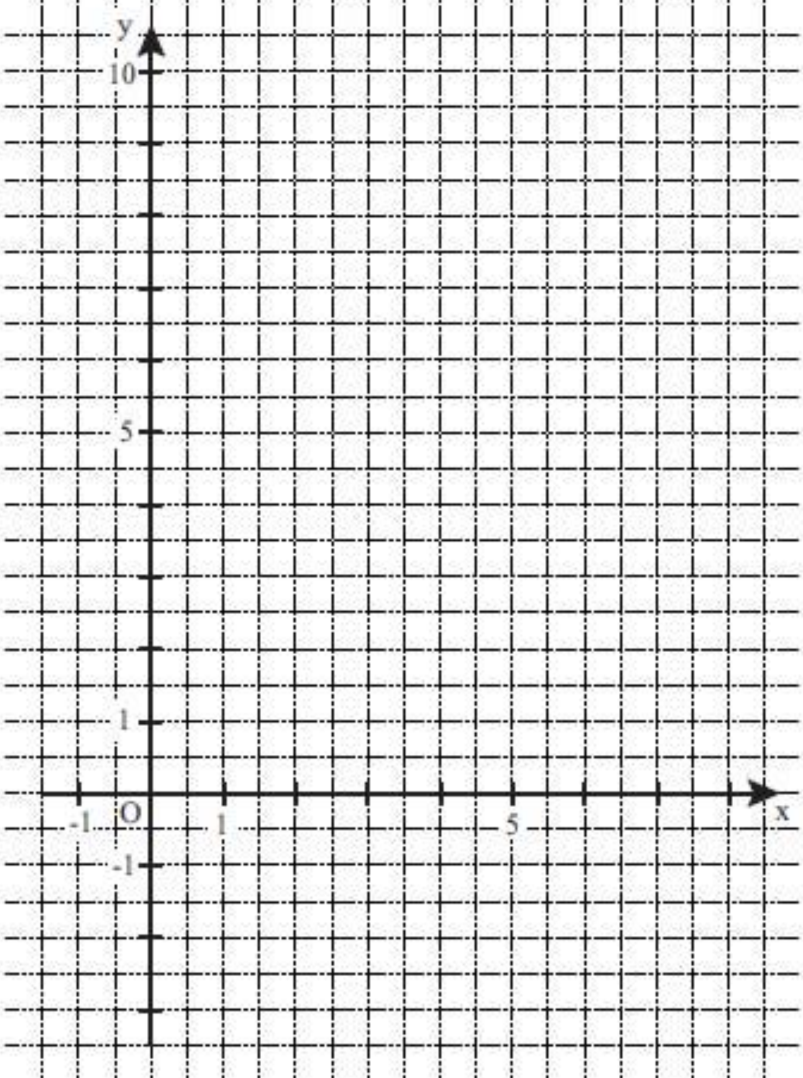
[Teilergebnis: $\measuredangle AM_1F = 53{,}13°$]

Lösung

MII Nach A2

A 2.0 Gegeben sind die Parabel p mit der Gleichung $y = \frac{1}{2}(x-3)^2 - 3$ und die Gerade g mit der Gleichung $y = \frac{2}{3}x + 0{,}5$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

A 2.1 Zeichnen Sie die Parabel p und die Gerade g für $x \in [0; 8]$ in das Koordinatensystem.



2 P

A 2.2 Punkte $A_n\left(x \,\middle|\, \frac{1}{2}(x-3)^2 - 3\right)$ auf der Parabel p und Punkte $C_n\left(x \,\middle|\, \frac{2}{3}x + 0{,}5\right)$ auf der Geraden g haben jeweils dieselbe Abszisse x und sind mit Punkten B_n für $x \in]0{,}28; 7{,}05[$ Eckpunkte von Dreiecken $A_nB_nC_n$.

Es gilt: $\overrightarrow{A_nB_n} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Zeichnen Sie das Dreieck $A_1B_1C_1$ für $x = 1{,}5$ in das Koordinatensystem zu 2.1 ein.

1 P

A 2.3 Zeigen Sie durch Rechnung, dass sich die Länge der Seiten $[A_nC_n]$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n wie folgt darstellen lässt: $\overline{A_nC_n}(x) = \left(-\frac{1}{2}x^2 + \frac{11}{3}x - 1\right)$ LE.

2 P

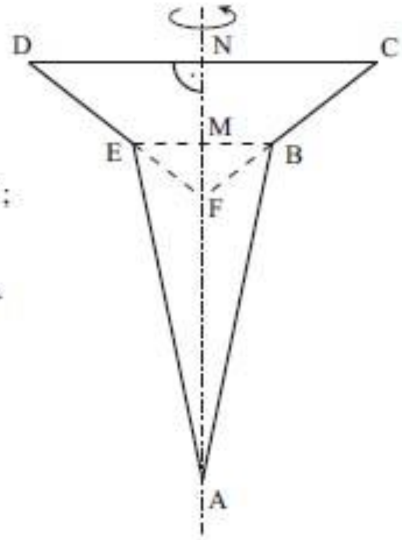
A 2.4 Unter den Dreiecken $A_nB_nC_n$ hat das Dreieck $A_0B_0C_0$ den maximalen Flächeninhalt. Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks $A_0B_0C_0$ und geben Sie den zugehörigen Wert für x an.

MII Nach A3

Aufgabe A 3 — Nachtermin

A 3.0 Die Firma Hannsolar stellt Solarlampen her. Die nebenstehende Skizze zeigt den Axialschnitt ABCDE einer Solarlampe mit AN als Symmetrieachse.
Es gilt:
$\overline{AM} = 14{,}5\text{ cm}$; $\overline{DF} = 9{,}5\text{ cm}$; $\overline{EF} = 3{,}8\text{ cm}$; $\sphericalangle CFD = 104°$; $[EB] \parallel [DC]$.

Runden Sie im Folgenden auf eine Stelle nach dem Komma.



A 3.1 Berechnen Sie die Längen der Strecken [CD] und [EM].
[Ergebnis: $\overline{CD} = 15{,}0\text{ cm}$; $\overline{EM} = 3{,}0\text{ cm}$]

2 P

A 3.2 Bestimmen Sie rechnerisch den Oberflächeninhalt der Solarlampe.

[Lösung]

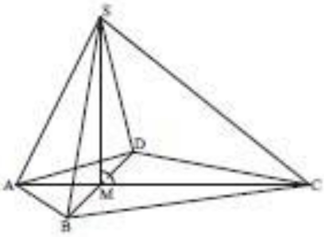
MII Nach B1

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2013
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 1 **Nachtermin**



B 1.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCDS, deren Grundfläche das Drachenviereck ABCD mit der Symmetrieachse AC ist. Die Spitze S der Pyramide ABCDS liegt senkrecht über dem Diagonalenschnittpunkt M des Drachenvierecks ABCD.
Es gilt: $\overline{AC} = 14\text{ cm}$; $\overline{BD} = 9\text{ cm}$; $\overline{AM} = 4\text{ cm}$; $\overline{MS} = 8\text{ cm}$.
Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei die Strecke [AC] auf der Schrägbildachse und der Punkt A links vom Punkt C liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.
Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke [CS] und das Maß des Winkels SCA.
[Ergebnisse: $\overline{CS} = 12{,}81\text{ cm}$; $\sphericalangle SCA = 38{,}66°$] 4 P

B 1.2 Punkte $F_n \in [MC]$ sind die Mittelpunkte der Strecken $[E_nG_n]$ mit $[E_nG_n] \parallel [BD]$.
Es gilt: $E_n \in [BC]$, $G_n \in [DC]$ und $\overline{MF_n} = x\text{ cm}$ mit $0 < x < 10$; $x \in \mathbb{R}$.
Zeichnen Sie für $x = 4$ die Strecke $[E_1G_1]$ in das Schrägbild zu 1.1 ein und berechnen Sie sodann die Länge der Strecken $[E_nG_n]$ in Abhängigkeit von x.
[Ergebnis: $\overline{E_nG_n}(x) = (-0{,}9x + 9)\text{ cm}$] 2 P

B 1.3 Die Strecken $[E_nG_n]$ legen zusammen mit dem Punkt A Dreiecke AE_nG_n fest. Sie sind Grundflächen von neuen Pyramiden AE_nG_nS.
Zeichnen Sie die Pyramide AE_1G_1S in das Schrägbild zu 1.1 ein und zeigen Sie sodann rechnerisch, dass für das Volumen der Pyramiden AE_nG_nS in Abhängigkeit von x gilt: $V(x) = (-1{,}2x^2 + 7{,}2x + 48)\text{ cm}^3$. 3 P

B 1.4 Die Pyramide AE_2G_2S besitzt unter den Pyramiden AE_nG_nS das maximale Volumen. Berechnen Sie den zugehörigen Wert für x und das Volumen der Pyramide AE_2G_2S. 2 P

B 1.5 Das Volumen der Pyramide AE_3G_3S ist um 75 % kleiner als das Volumen der Pyramide ABCDS. Ermitteln Sie durch Rechnung den zugehörigen Wert für x. 3 P

B 1.6 Das Dreieck SF_4C ist gleichschenklig mit der Basis [CS]. Berechnen Sie, für welchen Wert von x man dieses Dreieck erhält. 3 P

MII Nach B2

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2013
an den Realschulen in Bayern

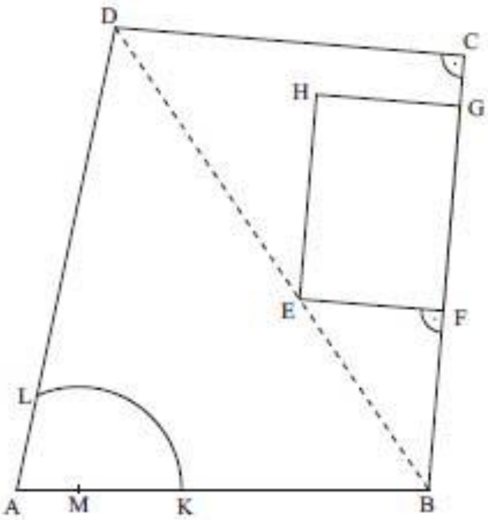
Mathematik II

Aufgabe B 2 **Nachtermin**

B 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt den Plan eines viereckigen Grundstücks ABCD. Das Rechteck EFGH stellt die Grundfläche einer Doppelhaushälfte dar, wobei $[FG] \subset [BC]$ und $E \in [BD]$.

Es gilt:
$\overline{AB} = 20{,}00\text{ m}$; $\overline{AD} = 23{,}00\text{ m}$; $\overline{DC} = 17{,}00\text{ m}$;
$\sphericalangle BAD = 78°$; $\sphericalangle DCB = 90°$; $\overline{EF} = 7{,}00\text{ m}$;
$\overline{FG} = 10{,}00\text{ m}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



B 2.1 Zeichnen Sie das Viereck ABCD mit dem Rechteck EFGH im Maßstab 1 : 200. 4 P

B 2.2 Von der Hausecke E zur Grundstücksecke B verläuft ein Entwässerungsrohr. Berechnen Sie die Länge der Strecke [BE].
[Ergebnisse: $\overline{BD} = 27{,}16\text{ m}$; $\overline{BE} = 11{,}18\text{ m}$] 3 P

B 2.3 Bestimmen Sie rechnerisch den Abstand der Hauswand [HG] von der Grundstückgrenze [DC].
[Teilergebnis: $\overline{BC} = 21{,}18\text{ m}$] 2 P

B 2.4 An der Ecke A des Grundstücks soll ein Gartenteich angelegt werden. Im Plan zeigt die Figur AKL, die von den Strecken [LA], [AK] sowie dem Kreisbogen $\overset{\frown}{KL}$ mit dem Mittelpunkt M begrenzt wird, die Lage des Gartenteichs.
Dabei gilt: $L \in [AD]$; $K \in [AB]$; $M \in [AB]$; $\overline{AM} = 3{,}00\text{ m}$; $\overline{MK} = \overline{ML} = 5{,}00\text{ m}$.
Zeichnen Sie den Punkt M und den Kreisbogen $\overset{\frown}{KL}$ in die Zeichnung zu 2.1 ein.
Berechnen Sie sodann den Flächeninhalt der Figur AKL.
[Ergebnisse: $\sphericalangle LMA = 66{,}06°$; $A_{AKL} = 31{,}71\text{ m}^2$] 5 P

B 2.5 Bestimmen Sie rechnerisch den prozentualen Anteil der Restfläche des Grundstücks (ohne Haus und Gartenteich) an der Gesamtfläche des Grundstücks ABCD. Runden Sie auf ganze Prozent. 3 P

Lösung