Besuchen Sie auch die Seite **http://www.matheaufgaben-loesen.de/**
dort gibt es viele Aufgaben zu weiteren Themen.

Realschulabschlussprüfungen Bayern

2017 MI A1

Abschlussprüfung 2017
an den Realschulen in Bayern

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Mathematik I

Name: ____________ Vorname: ____________

Klasse: ____________ Platzziffer: ________ Punkte: ________

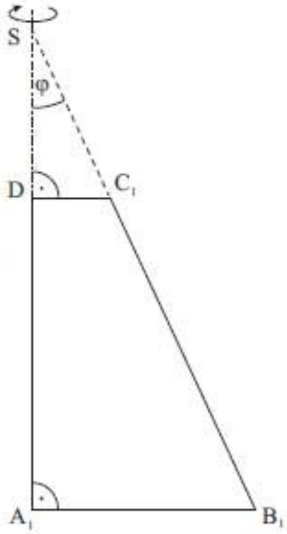
Aufgabe A 1 **Haupttermin**

A 1.0 Trapeze $A_nB_nC_nD$ mit den parallelen Seiten $[DC_n]$ und $[A_nB_n]$ rotieren um die Gerade SD.

Es gilt:
$A_n \in SD$; $\overline{SD} = 3$ cm; $\overline{A_nB_n} = 4$ cm; $\sphericalangle B_nA_nD = 90°$.

Die Winkel DSC_n haben das Maß φ mit $\varphi \in]0°; 53{,}13°[$.

Die Zeichnung zeigt das Trapez $A_1B_1C_1D$ für $\varphi = 25°$.



A 1.1 Zeichnen Sie in die Zeichnung zu A 1.0 das Trapez $A_2B_2C_2D$ für $\varphi = 40°$ ein. 1 P

A 1.2 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Längen der Strecken $[DC_n]$ und $[SA_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt: $\overline{DC_n}(\varphi) = 3 \cdot \tan\varphi$ cm und $\overline{SA_n}(\varphi) = \frac{4}{\tan\varphi}$ cm. 2 P

A 1.3 Bestätigen Sie rechnerisch, dass für das Volumen V der entstehenden Rotationskörper in Abhängigkeit von φ gilt: $V(\varphi) = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{64}{\tan\varphi} - 27 \cdot \tan^2\varphi\right)$ cm³. 2 P

Lösung

MI A2

Aufgabe A 2 **Haupttermin**

A 2.0 Die Punkte $A(-0{,}5|1)$ und $B(3{,}5|1)$ legen zusammen mit Pfeilen $\overrightarrow{AC_n}(\varphi)=\begin{pmatrix} 8\cdot\cos\varphi-0{,}5 \\ \dfrac{1}{\cos\varphi}+1 \end{pmatrix}$ für $\varphi\in[0°;90°[$ Dreiecke ABC_n fest.

Runden Sie im Folgenden auf eine Stelle nach dem Komma.

A 2.1 Berechnen Sie die Koordinaten der Pfeile $\overrightarrow{AC_1}$ für $\varphi=40°$ und $\overrightarrow{AC_2}$ für $\varphi=80°$.

Zeichnen Sie anschließend die Dreiecke ABC_1 und ABC_2 in das Koordinatensystem ein.

Aufgabe A 2 **Haupttermin**

A 2.2 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Koordinaten der Punkte C_n in Abhängigkeit von φ gilt: $C_n\left(8\cdot\cos\varphi-1 \,\middle|\, \dfrac{1}{\cos\varphi}+2\right)$.

1 P

A 2.3 Bestimmen Sie rechnerisch die Gleichung des Trägergraphen der Punkte C_n.

2 P

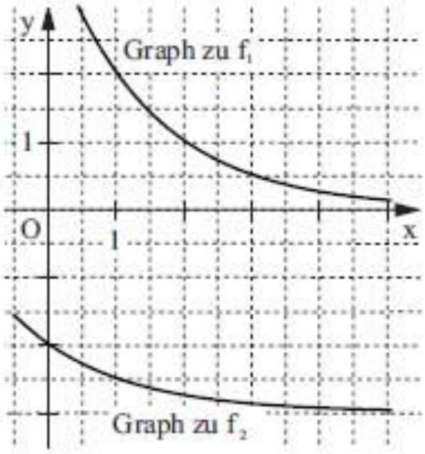
A 2.4 Unter den Dreiecken ABC_n gibt es das gleichschenklige Dreieck ABC_3 mit der Basis $[AB]$.

Ermitteln Sie das zugehörige Winkelmaß φ und begründen Sie durch Rechnung, dass das Dreieck ABC_3 nicht gleichseitig ist.

MI A3

A 3.0 Gegeben sind die Funktionen f_1 mit der Gleichung $y = 4 \cdot 0{,}5^x$ und f_2 mit der Gleichung $y = 4 \cdot 0{,}5^{x+2} - 3$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$). Punkte $A_n\left(x \mid 4 \cdot 0{,}5^x\right)$ auf dem Graphen zu f_1 und Punkte $B_n\left(x \mid 4 \cdot 0{,}5^{x+2} - 3\right)$ auf dem Graphen zu f_2 haben dieselbe Abszisse x. Die Strecken $[A_nB_n]$ sind für $x \in \mathbb{R}$ die Basen von gleichschenkligen Dreiecken $A_nB_nC_n$.

Für die Höhen $[M_nC_n]$ der Dreiecke $A_nB_nC_n$ gilt: $\overline{M_nC_n} = 3$ LE.



A 3.1 Zeichnen Sie das Dreieck $A_1B_1C_1$ für $x = 1$ in das Koordinatensystem ein. 1 P

A 3.2 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Strecken $[A_nB_n]$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $\overline{A_nB_n}(x) = \left(3 \cdot 0{,}5^x + 3\right)$ LE. 2 P

A 3.3 Das Dreieck $A_2B_2C_2$ hat einen Flächeninhalt von 15 FE.

Berechnen Sie den zugehörigen Wert für x.

Lösung

MI B1

Abschlussprüfung 2017

an den Realschulen in Bayern

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Mathematik I

Aufgabe B 1 **Haupttermin**

B 1.0 Gegeben ist die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = -1{,}5 \cdot \log_{0,5}(x-1)$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

B 1.1 Geben Sie die Definitionsmenge und die Wertemenge der Funktion f_1 an und zeichnen Sie den Graphen der Funktion f_1 für $x \in [1{,}5; 11]$ in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-1 \leqq x \leqq 12$; $-6 \leqq y \leqq 6$ 4 P

B 1.2 Der Graph der Funktion f_1 wird durch Achsenspiegelung an der x-Achse und anschließende Parallelverschiebung mit dem Vektor $\overrightarrow{v}$ auf den Graphen der Funktion f_2 mit der Gleichung $y = 1{,}5 \cdot \log_{0,5} x$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$) abgebildet.
Geben Sie die Koordinaten des Verschiebungsvektors $\overrightarrow{v}$ an und zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_2 für $x \in [1{,}5; 11]$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein. 3 P

B 1.3 Punkte $A_n\left(x \mid 1{,}5 \cdot \log_{0,5} x\right)$ auf dem Graphen zu f_2 haben dieselbe Abszisse x wie Punkte $C_n\left(x \mid -1{,}5 \cdot \log_{0,5}(x-1)\right)$ auf dem Graphen zu f_1. Sie sind für $x > 1{,}62$ zusammen mit Punkten B_n und D_n die Eckpunkte von Rauten $A_nB_nC_nD_n$.

Es gilt: $\overline{B_nD_n} = 6$ LE.
Zeichnen Sie die Rauten $A_1B_1C_1D_1$ für $x = 2{,}5$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 8{,}5$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein.
Zeigen Sie sodann, dass für die Länge der Strecken $[A_nC_n]$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $\overline{A_nC_n}(x) = -1{,}5 \cdot \log_{0,5}(x^2 - x)$ LE. 4 P

B 1.4 Die Raute $A_3B_3C_3D_3$ ist ein Quadrat. Berechnen Sie die zugehörige x-Koordinate des Punktes A_3. Runden Sie dabei auf zwei Stellen nach dem Komma. 2 P

B 1.5 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Koordinaten der Diagonalenschnittpunkte M_n der Rauten $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt:

$$M_n\left(x \mid 0{,}75 \cdot \log_{0,5}\left(\frac{x}{x-1}\right)\right).$$ 2 P

B 1.6 Geben Sie die Gleichung des Trägergraphen der Punkte D_n der Rauten $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n an. 2 P

MI B2

Abschlussprüfung 2017

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 2 **Haupttermin**

B 2.0 Die Diagonalen $[AC]$ und $[BD]$ des Drachenvierecks ABCD schneiden sich im Punkt K. Das Drachenviereck ABCD ist die Grundfläche des geraden Prismas ABCDEFGH. Der Punkt E liegt senkrecht über dem Punkt A.
Es gilt: $\overline{AC} = 12$ cm; $\overline{BD} = 10$ cm; $\overline{AK} = 4$ cm; $\overline{AE} = 6$ cm.
Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild des Prismas ABCDEFGH, wobei $[AC]$ auf der Schrägbildachse und der Punkt A links vom Punkt C liegen soll.
Für die Zeichnung: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$
Die Strecken $[EG]$ und $[FH]$ schneiden sich im Punkt L.
Berechnen Sie das Maß des Winkels LCK. $[\text{Ergebnis: } \sphericalangle LCK = 36{,}87°]$ 3 P

B 2.2 Punkte P_n liegen auf der Strecke $[LC]$. Die Winkel CKP_n haben das Maß φ mit $\varphi \in]0°; 90°]$. Die Punkte P_n sind zusammen mit den Punkten B und D die Eckpunkte gleichschenkliger Dreiecke BDP_n mit der Basis $[BD]$.
Zeichnen Sie das Dreieck BDP_1 sowie die Strecke $[KP_1]$ für $\varphi = 78°$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein.
Begründen Sie sodann, dass keines der Dreiecke BDP_n gleichseitig ist. 3 P

B 2.3 Zeigen Sie, dass für die Länge der Strecken $[KP_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt:
$\overline{KP_n}(\varphi) = \frac{4{,}80}{\sin(\varphi + 36{,}87°)}$ cm.
Die Länge der Strecke $[KP_0]$ ist minimal. Geben Sie den zugehörigen Wert für φ an. 3 P

B 2.4 Die Punkte P_n sind die Spitzen von Pyramiden $ABCDP_n$ mit der Grundfläche ABCD und den Höhen $[P_nQ_n]$. Die Punkte Q_n liegen auf der Strecke $[KC]$.
Zeichnen Sie die Pyramide $ABCDP_1$ und die Höhe $[P_1Q_1]$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein.
Ermitteln Sie sodann durch Rechnung das Volumen V der Pyramiden $ABCDP_n$ in Abhängigkeit von φ.

$$\left[\text{Ergebnis: } V(\varphi) = \frac{96 \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 36{,}87°)} \text{cm}^3\right]$$ 3 P

B 2.5 Das Volumen der Pyramide $ABCDP_2$ beträgt 96 cm^3.
Berechnen Sie das zugehörige Maß für φ. 3 P

B 2.6 Begründen Sie, dass die Volumina der Pyramiden $ABDP_n$ mit der Grundfläche ABD und der Pyramiden $BCDP_n$ mit der Grundfläche BCD stets im Verhältnis 1 : 2 stehen. 2 P

MI Nach A1

Abschlussprüfung 2017

an den Realschulen in Bayern

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Mathematik I

Name: ______________________ Vorname: ______________________

Klasse: ______________________ Platzziffer: ______________ Punkte: ______________

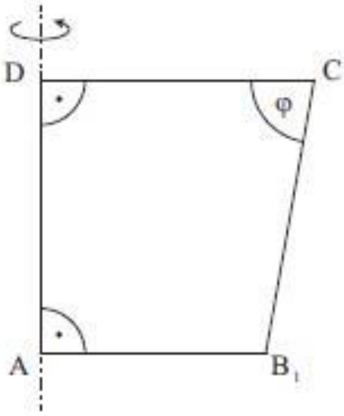
Aufgabe A 1 **Nachtermin**

A 1.0 Trapeze AB_nCD rotieren um die Achse AD.

Die Winkel DCB_n haben das Maß φ mit $\varphi \in \left]45°;90°\right[$

Es gilt: $\overline{AD} = 4\text{ cm}$; $\overline{CD} = 4\text{ cm}$; $\sphericalangle ADC = \sphericalangle B_nAD = 90°$.

Die Zeichnung zeigt das Trapez AB_1CD für $\varphi = 80°$.



A 1.1 Zeichnen Sie das Trapez AB_2CD für $\varphi = 55°$ in die Zeichnung zu A 1.0 ein. 1 P

A 1.2 Bestätigen Sie die untere Intervallgrenze für φ und begründen Sie sodann, dass für das Volumen V der Rotationskörper gilt: $V > \frac{64}{3}\pi\text{ cm}^3$.

2 P

A 1.3 Zeigen Sie, dass für die Länge der Strecken $[AB_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt:

$$\overline{AB_n}(\varphi) = \left(4 - \frac{4}{\tan\varphi}\right)\text{cm}.$$

Lösung

MI Nach A2

Aufgabe A 2 **Nachtermin**

A 2.0 Der Punkt $A(1|-2)$ ist gemeinsamer Eckpunkt von gleichschenkligen Dreiecken AB_nC_n mit den Schenkeln $[AB_n]$ und $[AC_n]$.

Die Mittelpunkte $M_n(x|-0{,}4x+2)$ der Schenkel $[AC_n]$ liegen auf der Geraden g mit der Gleichung $y=-0{,}4x+2$ $(\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R})$. Es gilt: $\sphericalangle B_nAC_n=35°$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

A 2.1 Zeichnen Sie die Gerade g sowie die Dreiecke AB_1C_1 für $x=-1{,}5$ und AB_2C_2 für $x=3{,}5$ in das Koordinatensystem ein.

Aufgabe A 2 **Nachtermin**

A 2.2 Zeigen Sie, dass für die Länge der Strecken $[AC_n]$ gilt: $\overline{AC_n}=1{,}66\cdot\overline{B_nC_n}$.

2 P

A 2.3 Unter den Dreiecken AB_nC_n hat das Dreieck AB_3C_3 die kürzesten Schenkel.

Berechnen Sie die Koordinaten des zugehörigen Mittelpunktes M_3 des Schenkels $[AC_3]$.

MI Nach A3

Aufgabe A 3	Nachtermin

A 3.0 Das radioaktive Isotop Cäsium-137 zerfällt mit einer Halbwertszeit von 30 Jahren, d. h. nach dieser Zeit ist von einer bestimmten Anfangsmasse dieses Isotops nur noch die Hälfte an Cäsium-137 vorhanden.

Der Zusammenhang zwischen der Anzahl x der Jahre seit Beginn des Zerfalls und der Masse y mg lässt sich näherungsweise durch eine Funktion der Form $y = y_0 \cdot 0{,}5^{\frac{x}{30}}$ $\left(\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+; y_0 \in \mathbb{R}^+\right)$ darstellen, wobei y_0 mg die Masse zu Beginn eines Versuches darstellt. Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

A 3.1 Bei einem Langzeitversuch sind nach sechs Jahren noch 39 mg des Isotops Cäsium-137 nachweisbar. Bestimmen Sie rechnerisch die Masse, die zu Beginn des Versuches vorhanden war.

2 P

A 3.2 In einem anderen Versuch lässt sich der Zerfallsprozess durch die Funktion mit der Gleichung $y = 13{,}5 \cdot 0{,}5^{\frac{x}{30}}$ $\left(\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+\right)$ darstellen.

Berechnen Sie, im wievielten Jahr erstmals weniger als 8 mg des Isotops nachweisbar sind.

2 P

A 3.3 Wie viel Prozent der ursprünglichen Masse des Isotops Cäsium-137 sind nach zehn Jahren noch vorhanden?

Kreuzen Sie die zutreffende Lösung an.

☐ 20,63 % ☐ 33,33 % ☐ 66,67 % ☐ 79,37 % ☐ 83,33 %

1 P

Lösung

MI Nach B1

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2017

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 1 **Nachtermin**

B 1.0 Die Funktion f_1 hat eine Gleichung der Form $y = -\log_3(x+b)+2$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ und $b \in \mathbb{R}$. Der Graph der Funktion f_1 schneidet die x-Achse im Punkt $P(8|0)$.
Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Zeigen Sie durch Rechnung, dass die Funktion f_1 die Gleichung $y = -\log_3(x+1)+2$ hat. Geben Sie sodann die Definitionsmenge der Funktion f_1 an und zeichnen Sie den Graphen zu f_1 für $x \in [-0,5; 9]$ in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-2 \leqq x \leqq 10$; $-1 \leqq y \leqq 7$ 4 P

B 1.2 Der Graph der Funktion f_1 wird durch orthogonale Affinität mit der x-Achse als Affinitätsachse und dem Affinitätsmaßstab $k = 2$ und anschließende Parallelverschiebung mit dem Vektor $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0,5 \end{pmatrix}$ auf den Graphen der Funktion f_2 abgebildet.

Zeigen Sie rechnerisch, dass die Funktion f_2 die Gleichung $y = -2 \cdot \log_3 x + 4,5$ hat ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$) und zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_2 in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein. 4 P

B 1.3 Punkte $A_n\,(x\,|-\log_3(x+1)+2)$ auf dem Graphen zu f_1 und Punkte $D_n\,(x\,|-2 \cdot \log_3 x + 4,5)$ auf dem Graphen zu f_2 haben dieselbe Abszisse x und sind zusammen mit Punkten B_n und C_n für $0 < x < 16,53$ die Eckpunkte von Trapezen $A_nB_nC_nD_n$.

Es gilt: $\overline{A_nB_n} = 2$ LE; $\sphericalangle B_nA_nD_n = 90°$; $\sphericalangle A_nD_nC_n = 125°$; $[A_nD_n] \parallel [B_nC_n]$.

Zeichnen Sie die Trapeze $A_1B_1C_1D_1$ für $x = 1$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 5,5$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein. 2 P

B 1.4 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Länge der Strecken $[B_nC_n]$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $\overline{B_nC_n}(x) = \left(\log_3 \frac{x+1}{x^2} + 3,90\right)$ LE.

$\left[\text{Teilergebnis}: \overline{A_nD_n}(x) = \left(\log_3 \frac{x+1}{x^2} + 2,5\right) \text{LE}\right]$ 3 P

B 1.5 Bestätigen Sie, dass für den Flächeninhalt A der Trapeze $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $A(x) = \left(2 \cdot \log_3 \frac{x+1}{x^2} + 6,40\right)$ FE. 1 P

B 1.6 Das Trapez $A_3B_3C_3D_3$ hat einen Flächeninhalt von 8 FE.
Bestimmen Sie rechnerisch die Koordinaten des Punktes A_3. 3 P

MI Nach B2

Abschlussprüfung 2017

an den Realschulen in Bayern

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Mathematik I

Aufgabe B 2 **Nachtermin**

B 2.0 Das Rechteck ABCD ist die Grundfläche der Pyramide ABCDS. Der Punkt E ist der Mittelpunkt der Strecke [AD], der Punkt F ist der Mittelpunkt der Strecke [BC]. Die Spitze S liegt senkrecht über dem Punkt E.

Es gilt: $\overline{AB} = 6{,}5\text{ cm}$; $\overline{AD} = 8\text{ cm}$; $\overline{ES} = 5{,}5\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei [EF] auf der Schrägbildachse und der Punkt E links vom Punkt F liegen soll.

Für die Zeichnung: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$

Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke [FS] sowie das Maß des Winkels SFE.

$\left[\text{Ergebnisse: } \overline{FS} = 8{,}51\text{ cm};\ \sphericalangle SFE = 40{,}24°\right]$ 4 P

B 2.2 Punkte P_n liegen auf der Strecke [FS] und bilden zusammen mit dem Punkt $G \in [EF]$ Winkel FGP_n mit dem Maß $\varphi \in]0°; 118{,}61°]$. Es gilt: $\overline{EG} = 3\text{ cm}$.

Die Punkte P_n sind die Spitzen von Pyramiden $BCGP_n$ mit der Grundfläche BCG und den Höhen $[P_nL_n]$ mit $L_n \in [EF]$.

Zeichnen Sie die Pyramide $BCGP_1$ für $\varphi = 110°$ und die zugehörige Höhe $[P_1L_1]$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein. 2 P

B 2.3 Begründen Sie die obere Intervallgrenze für φ. 2 P

B 2.4 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Strecken $[GP_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt: $\overline{GP_n}(\varphi) = \frac{2{,}26}{\sin(\varphi + 40{,}24°)}\text{ cm}$. 2 P

B 2.5 Berechnen Sie das Volumen V der Pyramiden $BCGP_n$ in Abhängigkeit von φ.

$\left[\text{Ergebnis: } V(\varphi) = \frac{10{,}55 \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 40{,}24°)}\text{cm}^3\right]$ 3 P

B 2.6 Das Dreieck GFP_2 ist gleichschenklig mit der Basis $[FP_2]$.

Berechnen Sie den prozentualen Anteil des Volumens der Pyramide $BCGP_2$ am Volumen der Pyramide ABCDS. 4 P

Lösung

MII A1

Abschlussprüfung 2017
an den Realschulen in Bayern

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Mathematik II

Name: ______________ Vorname: ______________

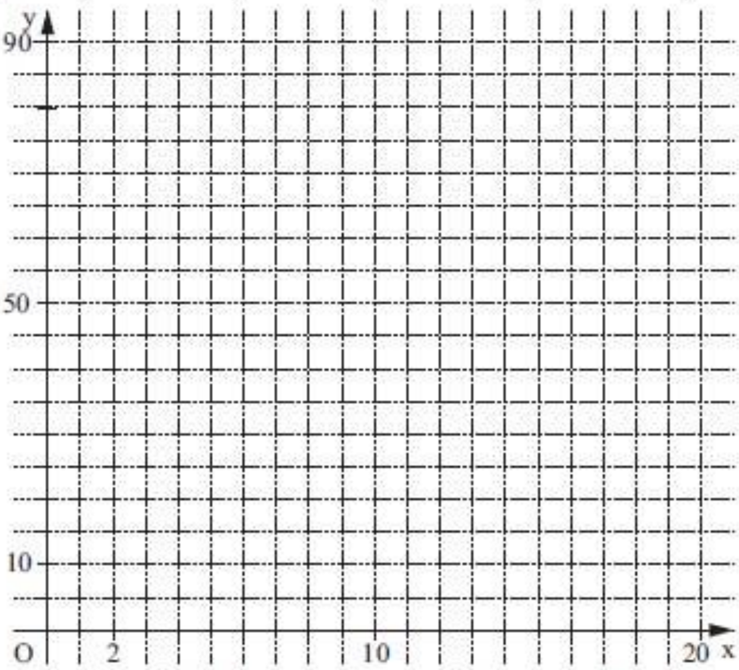
Klasse: ______________ Platzziffer: ______________ Punkte: ______________

Aufgabe A 1 **Haupttermin**

A 1.0 Ein 90 °C heißes Getränk wird zur Abkühlung ins Freie gestellt. Nach x Minuten beträgt die Temperatur des Getränks y °C. Die Funktion f mit der Gleichung $y = 90 \cdot 0{,}94^x$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}^+$ beschreibt näherungsweise den Abkühlvorgang in den ersten 20 Minuten.

A 1.1 Ergänzen Sie die Wertetabelle auf Ganze gerundet und zeichnen Sie sodann den Graphen zu f in das Koordinatensystem ein.

x	0	5	10	15	20
$90 \cdot 0{,}94^x$					



2 P

A 1.2 Geben Sie an, um wie viel Prozent das Getränk pro Minute kälter wird.

1 P

A 1.3 Ermitteln Sie mithilfe des Graphen zu f, nach wie vielen Minuten die Temperatur des Getränks noch 40 °C beträgt.

1 P

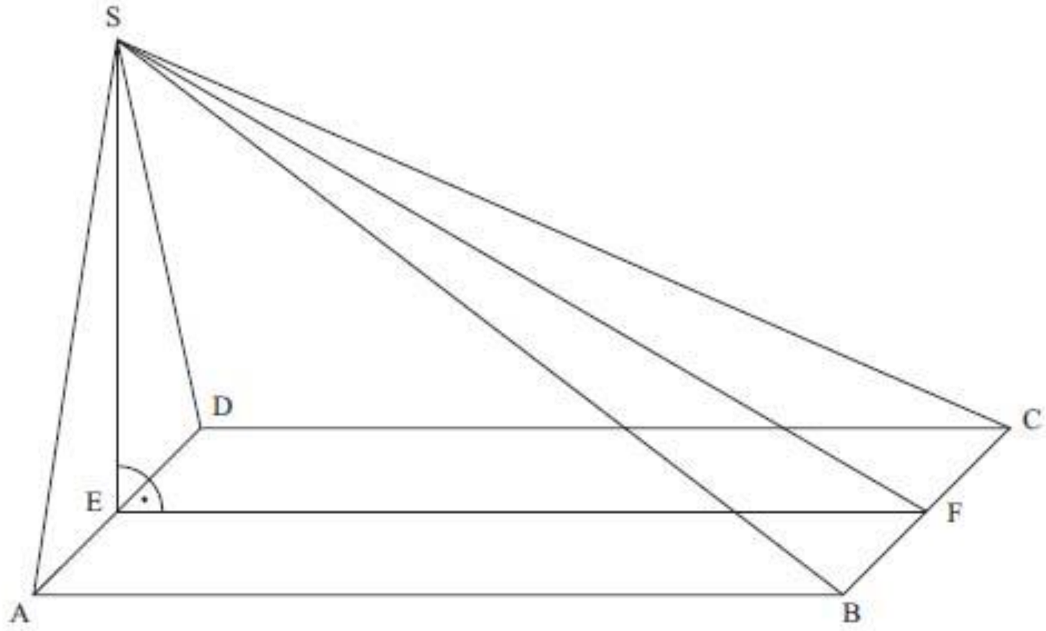
A 1.4 Um wie viel Prozent ist die Temperatur des Getränkes nach sechs Minuten insgesamt gesunken? Kreuzen Sie den zutreffenden Wert an.

☐ 31 % ☐ 36 % ☐ 41 % ☐ 69 % 1 P

MII A2

A 2.0 Das Rechteck ABCD mit $\overline{AB} = 12\text{ cm}$ und $\overline{BC} = 7\text{ cm}$ ist die Grundfläche der Pyramide ABCDS (siehe Zeichnung). Die Spitze S liegt senkrecht über dem Mittelpunkt E der Strecke $[AD]$ mit $\overline{ES} = 7\text{ cm}$. Der Punkt F ist der Mittelpunkt der Strecke $[BC]$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 2.1 Berechnen Sie das Maß φ des Winkels SFE sowie die Länge der Strecke $[FS]$.
$\left[\text{Ergebnisse: } \varphi = 30{,}26°;\ \overline{FS} = 13{,}89\text{ cm}\right]$

2 P

A 2.2 Der Punkt P liegt auf der Strecke $[EF]$ mit $\overline{EP} = 5\text{ cm}$. Für Punkte M_n auf der Strecke $[FS]$ gilt: $\overline{FM_n}(x) = x\text{ cm}$ mit $x < 13{,}89$ und $x \in \mathbb{R}^+$. Die Punkte M_n sind die Mittelpunkte von Strecken $[Q_nR_n]$ mit $R_n \in [CS]$, $Q_n \in [BS]$ und $[Q_nR_n] \parallel [BC]$.
Die Punkte P, R_n und Q_n sind die Eckpunkte von Dreiecken PR_nQ_n.
Zeichnen Sie das Dreieck PR_1Q_1 für $x = 3$ in das Schrägbild zu A 2.0 ein. 1 P

A 2.3 Der Punkt M_2 auf der Strecke $[FS]$ liegt senkrecht über dem Punkt P.
Zeichnen Sie M_2 und das Dreieck PR_2Q_2 in das Schrägbild zu A 2.0 ein.
Bestimmen Sie sodann durch Rechnung den zugehörigen Wert für x und die Länge der Strecke $[R_2Q_2]$. $\left[\text{Ergebnis: } \overline{R_2Q_2} = 2{,}92\text{ cm}\right]$

3 P

A 2.4 Das Dreieck PR_2Q_2 ist die Grundfläche der Pyramide PR_2Q_2F.
Ermitteln Sie rechnerisch den prozentualen Anteil des Volumens der Pyramide PR_2Q_2F am Volumen der Pyramide ABCDS.

Lösung

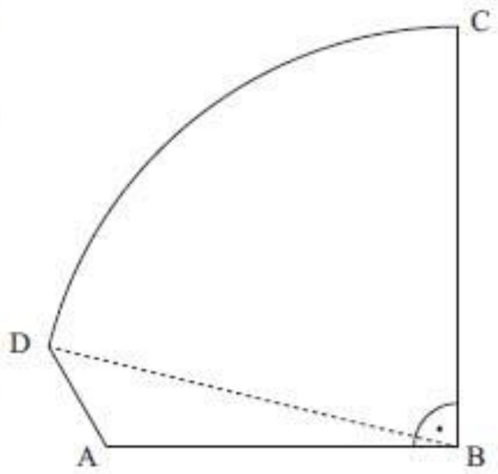
MII A3

A 3.0 Die Figur ABCD dient als Schnittvorlage für eine Glasscheibe (siehe Skizze).

Der Kreisbogen $\overset{\frown}{CD}$ hat den Punkt B als Mittelpunkt und den Radius $r = \overline{BC}$.

Es gilt: $\overline{AB} = 50{,}0\ \text{cm}$; $\overline{BC} = 60{,}0\ \text{cm}$;
$\sphericalangle CBA = 90°$; $\sphericalangle BAD = 120°$.

Runden Sie im Folgenden auf eine Stelle nach dem Komma.



A 3.1 Berechnen Sie die Länge der Strecke $[DA]$.

$\left[\text{Teilergebnis: } \sphericalangle DBA = 13{,}8°; \text{Ergebnis: } \overline{DA} = 16{,}5\ \text{cm}\right]$

3 P

A 3.2 Die Glasscheibe wird aus einer quadratischen Glasplatte herausgeschnitten. Dazu bewegt sich ein Laserschneider mit einer Geschwindigkeit von 30 cm pro Sekunde entlang des Kreisbogens $\overset{\frown}{CD}$ und der Strecke $[DA]$.

Berechnen Sie die hierfür benötigte Zeit.

MII B1

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2017

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 1 **Haupttermin**

B 1.0 Die Parabel p verläuft durch die Punkte $P(-3|0)$ und $Q(5|0)$. Sie hat eine Gleichung der Form $y = a \cdot x^2 + 0{,}5x + c$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ und $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, c \in \mathbb{R}$.
Die Gerade g hat die Gleichung $y = -0{,}1x - 2$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

B 1.1 Zeigen Sie durch Berechnung der Werte für a und c, dass die Parabel p die Gleichung $y = -0{,}25x^2 + 0{,}5x + 3{,}75$ hat.
Zeichnen Sie sodann die Gerade g sowie die Parabel p für $x \in [-4; 7]$ in ein Koordinatensystem ein.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-5 \leqq x \leqq 8; -5 \leqq y \leqq 5$ 4 P

B 1.2 Punkte $A_n(x|-0{,}25x^2 + 0{,}5x + 3{,}75)$ auf der Parabel p und Punkte $B_n(x|-0{,}1x-2)$ auf der Geraden g haben dieselbe Abszisse x.
Sie sind zusammen mit Punkten C_n und D_n für $x \in]-3{,}74; 6{,}14[$ die Eckpunkte von Parallelogrammen $A_nB_nC_nD_n$.
Die Punkte C_n liegen ebenfalls auf der Geraden g. Dabei ist die Abszisse x der Punkte C_n jeweils um 2 größer als die Abszisse x der Punkte B_n.
Zeichnen Sie die Parallelogramme $A_1B_1C_1D_1$ für $x = -2$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 3$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein. 2 P

B 1.3 Berechnen Sie die Länge der Strecken $[A_nB_n]$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n.
$\left[\text{Ergebnis: } \overline{A_nB_n}(x) = (-0{,}25x^2 + 0{,}6x + 5{,}75)\ \text{LE}\right]$ 2 P

B 1.4 Überprüfen Sie rechnerisch, ob es unter den Parallelogrammen $A_nB_nC_nD_n$ ein Parallelogramm mit einem Flächeninhalt von 13 FE gibt. 3 P

B 1.5 Unter den Parallelogrammen $A_nB_nC_nD_n$ gibt es die Rauten $A_3B_3C_3D_3$ und $A_4B_4C_4D_4$.
Berechnen Sie die x-Koordinaten der Punkte A_3 und A_4 auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. $\left[\text{Teilergebnis: } \overline{B_nC_n} = 2{,}01\ \text{LE}\right]$ 4 P

B 1.6 Begründen Sie, dass es unter den Parallelogrammen $A_nB_nC_nD_n$ kein Rechteck gibt. 2 P

Lösung

MII B2

Prüfungsdauer:
150 Minuten

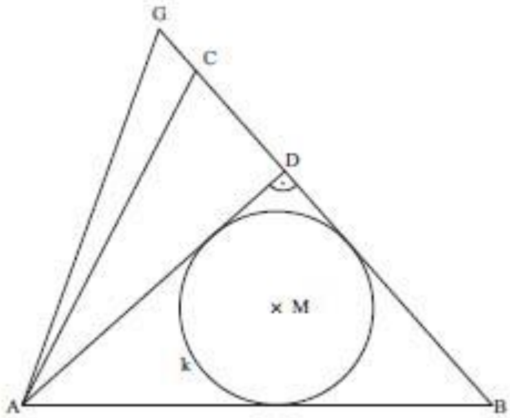
Abschlussprüfung 2017

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 2 **Haupttermin**

B 2.0 Gegeben ist das Dreieck ABC mit $\overline{AB} = 10\text{ cm}$, $\overline{AC} = 8\text{ cm}$ und $\overline{BC} = 9{,}5\text{ cm}$.
Der Punkt D ist der Fußpunkt des Lotes vom Eckpunkt A auf die Seite [BC] (siehe Skizze).



Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie das Dreieck ABC und die Strecke [AD]. 1 P

B 2.2 Berechnen Sie das Maß β des Winkels CBA, das Maß ε des Winkels BAD und die Länge der Strecke [AD]. [Ergebnisse: $\beta = 48{,}36°$; $\varepsilon = 41{,}64°$] 3 P

B 2.3 Der Punkt G auf der Verlängerung der Strecke [BC] über C hinaus ist ein Eckpunkt des Dreiecks ABG. Der Winkel BAG hat das Maß 70°.
Zeichnen Sie das Dreieck ABG und berechnen Sie die Länge der Strecke [CG]. 4 P

B 2.4 Im Dreieck ABD berührt der Inkreis k die Seite [AB] im Punkt E und die Seite [AD] im Punkt F.
Zeichnen Sie den Inkreis k mit seinem Mittelpunkt M und die Strecken [ME] und [MF] in die Zeichnung zu B 2.1 ein. 2 P

B 2.5 Berechnen Sie das Maß φ des Winkels AMB und den Inkreisradius $r = \overline{ME}$.
[Ergebnisse: $\varphi = 135°$; $r = 2{,}06\text{ cm}$] 3 P

B 2.6 Berechnen Sie den Flächeninhalt A des Flächenstücks AEF, das vom Kreisbogen $\overset{\frown}{FE}$ sowie von den Strecken [EA] und [AF] begrenzt wird. 4 P

MII Nach A1

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2017

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Name: __________ Vorname: __________

Klasse: __________ Platzziffer: __________ Punkte: __________

Aufgabe A 1 **Nachtermin**

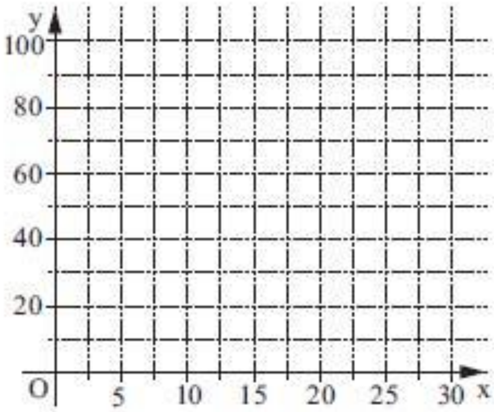
A 1.0 Die Intensität von Licht, das in einen See einfällt, nimmt prozentual mit zunehmender Wassertiefe ab. Eine Messung hat ergeben, dass sich in x Metern Wassertiefe die verbleibende Lichtintensität y Prozent näherungsweise durch die Funktion $f: y = 100 \cdot 0{,}915^x$ $(\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+)$ bestimmen lässt.

A 1.1 Geben Sie an, um wie viel Prozent die Lichtintensität nach der Funktion f pro Meter Wassertiefe abnimmt.

1 P

A 1.2 Ergänzen Sie die Wertetabelle auf Ganze gerundet und zeichnen Sie sodann den Graphen der Funktion f in das Koordinatensystem ein.

x	0	2,5	5	10	15	20	25	30
$100 \cdot 0{,}915^x$								



2 P

A 1.3 Ermitteln Sie mithilfe des Graphen zu f, bei welcher Wassertiefe die Lichtintensität nur noch 50 % beträgt.

1 P

A 1.4 An einem anderen See wurde zur gleichen Zeit in 18 Meter Wassertiefe eine verbleibende Lichtintensität von 22 % gemessen. Überprüfen Sie durch Rechnung, ob an diesem See dieselben Bedingungen, wie in A 1.0 beschrieben, herrschen.

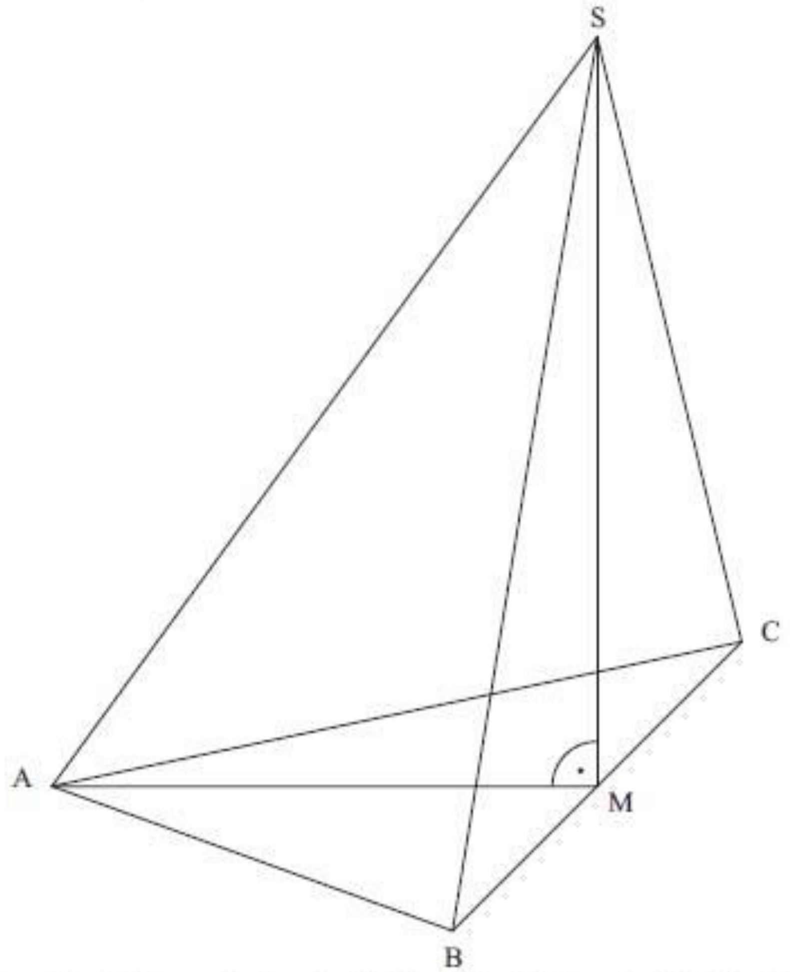
1 P

Lösung

MII Nach A2

Aufgabe A 2 **Nachtermin**

A 2.0 Das gleichschenklige Dreieck ABC mit der Basis $[BC]$ ist die Grundfläche der Pyramide ABCS. Die Spitze S liegt senkrecht über dem Mittelpunkt M der Basis $[BC]$ (siehe Zeichnung). Es gilt: $\overline{BC} = 12\text{ cm}$; $\overline{AM} = 8\text{ cm}$; $\overline{MS} = 11\text{ cm}$.
Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 2.1 Berechnen Sie die Länge der Strecke $[AS]$ und das Maß φ des Winkels ASM.
$\left[\text{Ergebnisse: } \overline{AS} = 13{,}60\text{ cm; } \varphi = 36{,}03°\right]$

A 2.2 Die Strecke $[PQ]$ mit $P \in [BS]$ und $Q \in [CS]$ ist parallel zur Strecke $[BC]$.
Der Punkt D ist der Mittelpunkt der Strecke $[PQ]$ mit $\overline{MD} = 4\,\text{cm}$.
Zeichnen Sie die Strecke $[PQ]$ in das Schrägbild zu A 2.0 ein und berechnen Sie deren Länge. $\left[\text{Ergebnis: } \overline{PQ} = 7{,}64\,\text{cm}\right]$

2 P

A 2.3 Punkte R_n auf der Strecke $[AS]$ mit $\overline{AR_n}(x) = x\,\text{cm}$ $\left(x < 13{,}60;\, x \in \mathbb{IR}_0^+\right)$ bilden zusammen mit den Punkten P und Q Dreiecke PQR_n.
Zeichnen Sie das Dreieck PQR_1 für $x = 9$ in das Schrägbild zu A 2.0 ein und bestimmen Sie sodann durch Rechnung das Maß δ des Winkels SDR_1.

$\left[\text{Teilergebnis: } \overline{DR_1} = 4{,}25\,\text{cm}\right]$

3 P

A 2.4 Das Dreieck PQS ist die Grundfläche von Pyramiden $PQSR_n$.
Zeichnen Sie die Höhe h der Pyramide $PQSR_1$ mit dem Höhenfußpunkt F_1 in das Schrägbild zu A 2.0 ein. Ermitteln Sie sodann die Länge der Strecken $[R_nF_n]$ der Pyramiden $PQSR_n$ in Abhängigkeit von x.

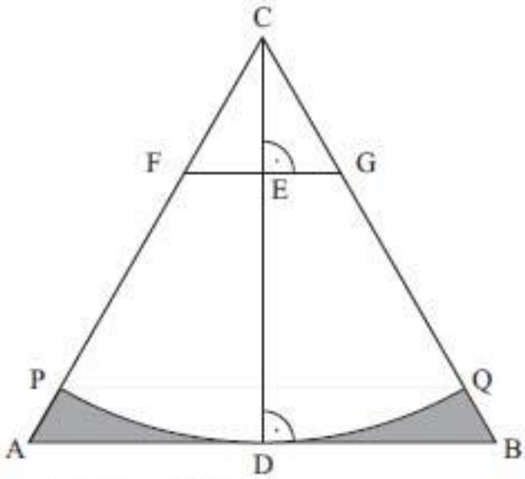
MII Nach A3

Aufgabe A 3 **Nachtermin**

A 3.0 Die nebenstehende Skizze zeigt die gleichseitigen Dreiecke ABC und FGC mit den zugehörigen Höhen $[CD]$ und $[CE]$.

Es gilt: $F \in [AC]$; $G \in [BC]$; $[AB] \parallel [FG]$; $[CD] \cap [FG] = \{E\}$;

$\overline{CE} = 2{,}3 \cdot \sqrt{3}$ cm ; $\overline{DE} = 2 \cdot \overline{CE}$.



A 3.1 Berechnen Sie die Seitenlänge a des gleichseitigen Dreiecks ABC.
[Ergebnis: $a = 13{,}8$ cm]

2 P

A 3.2 Der Kreisbogen $\overset{\frown}{PQ}$ mit dem Mittelpunkt C und dem Radius $\overline{CD}$ schneidet die Seite $[AC]$ im Punkt P und die Seite $[BC]$ im Punkt Q.
Berechnen Sie den Flächeninhalt A der grau markierten Fläche, die durch die Strecken $[PA]$, $[AB]$, $[BQ]$ und den Kreisbogen $\overset{\frown}{PQ}$ begrenzt ist und ermitteln Sie sodann den prozentualen Anteil des Flächeninhalts A am Flächeninhalt des Dreiecks ABC.

Lösung

MII Nach B1

Abschlussprüfung 2017

an den Realschulen in Bayern

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Mathematik II

Aufgabe B 1 **Nachtermin**

B 1.0 Die Parabel p verläuft durch die Punkte $P(-9|44)$ und $Q(6|14)$. Sie hat eine Gleichung der Form $y=0{,}4x^2+bx+c$ mit $\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ und $b,c\in\mathbb{R}$.
Die Gerade g hat die Gleichung $y=0{,}2x+0{,}5$ mit $\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.
Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Zeigen Sie durch Berechnung der Werte für b und c, dass die Parabel p die Gleichung $y=0{,}4x^2-0{,}8x+4{,}4$ hat.
Zeichnen Sie sodann die Gerade g sowie die Parabel p für $x\in[-3;5]$ in ein Koordinatensystem ein.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-5\leqq x\leqq 6;\ -1\leqq y\leqq 11$ 4 P

B 1.2 Punkte B_n und D_n sind zusammen mit Punkten $A_n(x\,|\,0{,}2x+0{,}5)$ auf der Geraden g und Punkten $C_n(x\,|\,0{,}4x^2-0{,}8x+4{,}4)$ auf der Parabel p die Eckpunkte von Drachenvierecken $A_nB_nC_nD_n$ mit den Geraden A_nC_n als Symmetrieachse.
Es gilt: $\overrightarrow{A_nB_n}=\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$.
Zeichnen Sie das Drachenviereck $A_1B_1C_1D_1$ für $x=-2{,}5$ und das Drachenviereck $A_2B_2C_2D_2$ für $x=2{,}5$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein. 2 P

B 1.3 In allen Drachenvierecken $A_nB_nC_nD_n$ haben die Winkel $B_nA_nD_n$ das gleiche Maß ε.
Berechnen Sie das Maß ε der Winkel $B_nA_nD_n$. 2 P

B 1.4 Zeigen Sie rechnerisch, dass für den Flächeninhalt A der Drachenvierecke $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $A(x)=(0{,}8x^2-2x+7{,}8)$ FE. $\left[\text{Teilergebnis: } \overline{A_nC_n}(x)=(0{,}4x^2-x+3{,}9)\text{ LE}\right]$
Unter den Drachenvierecken $A_nB_nC_nD_n$ hat das Drachenviereck $A_0B_0C_0D_0$ den minimalen Flächeninhalt.
Berechnen Sie den Flächeninhalt des Drachenvierecks $A_0B_0C_0D_0$ und den zugehörigen Wert für x. 4 P

B 1.5 Begründen Sie, dass für $\overline{A_3C_3}=\overline{A_4C_4}=6$ LE die Drachenvierecke Rauten sind.
Ermitteln Sie die x-Werte der Punkte A_3 und A_4. 3 P

B 1.6 Zeigen Sie durch Rechnung, dass die Punkte B_n, C_n und D_n nicht gemeinsam auf einer Geraden liegen können. 2 P

MII Nach B2

Prüfungsdauer:
150 Minuten

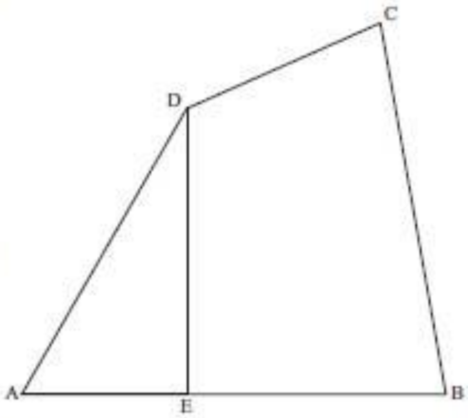
Abschlussprüfung 2017
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 2 **Nachtermin**

B 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt den Plan eines Gartengrundstücks ABCD.
Es gilt: $\overline{AB} = 9{,}0\text{ m}$; $\overline{BC} = 8{,}0\text{ m}$; $\overline{AE} = 3{,}5\text{ m}$
$\sphericalangle BAD = 60°$; $\sphericalangle CBA = 80°$; $\sphericalangle DEA = 90°$.

Runden Sie im Folgenden auf eine Stelle nach dem Komma.



B 2.1 Zeichnen Sie das Viereck ABCD im Maßstab 1:100. 2 P

B 2.2 Die dreieckige Gartenfläche AED, die im Plan durch die Strecken [AE], [ED] und [DA] begrenzt ist, soll geschottert werden. Eine Metallschiene, im Plan durch [ED] gekennzeichnet, soll verhindern, dass sich der Schotter im ganzen Grundstück verteilt. Zum Nachbargrundstück wird entlang der im Plan durch [AD] gekennzeichneten Strecke ein Sichtschutz errichtet.
Berechnen Sie die Länge der Strecken [ED] und [AD].
[Teilergebnis: $\overline{ED} = 6{,}1\text{ m}$] 2 P

B 2.3 Die im Plan durch das Viereck EBCD dargestellte Fläche soll aus einem Rasenstück und einem Beet bestehen.
Bestimmen Sie rechnerisch die Länge der Strecke [EC] sowie den Flächeninhalt A_1 des Vierecks EBCD.
[Ergebnis: $\overline{EC} = 8{,}9\text{ m}$; Teilergebnis: $\sphericalangle BEC = 62{,}3°$] 4 P

B 2.4 Der Kreis mit dem Mittelpunkt E hat den Radius $r = \overline{ED}$ und schneidet die Strecke [BC] im Punkt F. Das Beet wird durch den Kreisbogen $\overset{\frown}{FD}$ sowie durch die Strecken [DC] und [CF] begrenzt.
Zeichnen Sie den Kreisbogen $\overset{\frown}{FD}$ in die Zeichnung zu B 2.1 ein. 1 P

B 2.5 Das Beet aus B 2.4 wird entlang des Kreisbogens $\overset{\frown}{FD}$ und der Strecke [DC] mit einem Schneckenschutzzaun geschützt.
Berechnen Sie die benötigte Länge ℓ des Zauns.
[Teilergebnis: $\sphericalangle BEF = 37{,}4°$] 5 P

B 2.6 Berechnen Sie den Flächeninhalt A_2 des Beetes. 3 P

Lösung