Besuchen Sie auch die Seite **http://www.matheaufgaben-loesen.de/**
dort gibt es viele Aufgaben zu weiteren Themen.

Realschulabschlussprüfungen Bayern

2020 MI A1

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2020

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

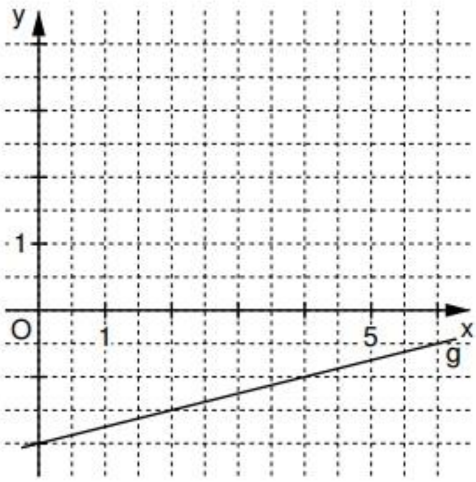
Name: ______________________ Vorname: ______________________

Klasse: ____________ Platznummer: ____________ Punkte: ____________

Aufgabe A 1 **Haupttermin**

A 1.0 Der Punkt $A(0|0)$ ist gemeinsamer Eckpunkt von Dreiecken AB_nC_n.
Die Punkte $B_n(x|0{,}25x-2)$ liegen auf der Geraden g mit $y = 0{,}25x - 2$ $(\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R})$.
Es gilt: $\sphericalangle B_nAC_n = 50°$; $\overline{AC_n} = 1{,}5 \cdot \overline{AB_n}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



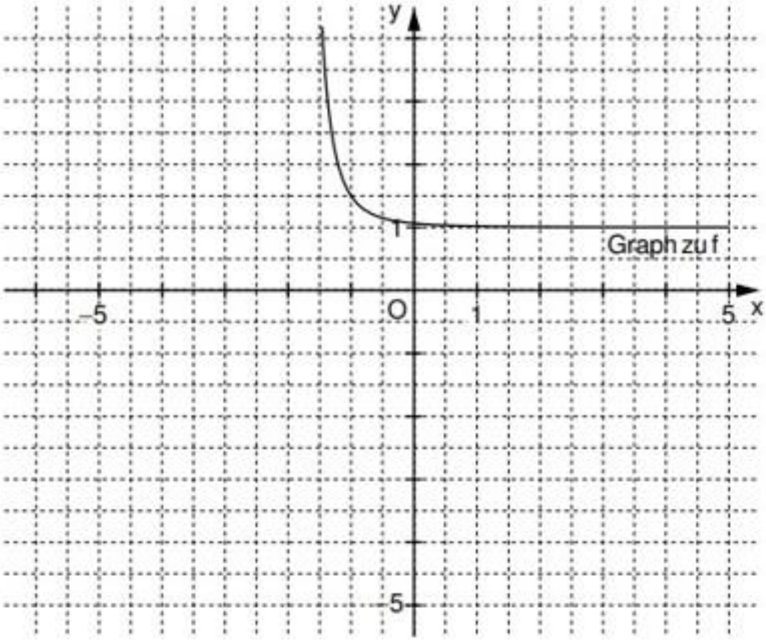
A 1.1 Zeichnen Sie das Dreieck AB_1C_1 für $x = 4$ in das Koordinatensystem zu A 1.0 ein. 1 P

A 1.2 Für das Dreieck AB_2C_2 gilt: $x = 8$.
Bestimmen Sie rechnerisch die Koordinaten des Punktes C_2.

Lösung

MI A2

A 2.0 Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $y = 0{,}5 \cdot (x+2)^{-3} + 1$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$).
Im Koordinatensystem ist für $x > -2$ der Graph zu f eingezeichnet.



A 2.1 Zeichnen Sie für $x \in [-6; -2{,}5]$ den Graphen zu f in das Koordinatensystem zu A 2.0 ein und geben Sie die Wertemenge von f an.

A 2.2 Punkte $A_n\left(x \,\middle|\, 0{,}5 \cdot (x+2)^{-3} + 1\right)$ mit der Abszisse x liegen auf dem Graphen zu f mit $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$. Sie legen mit Punkten B_n, C_n und D_n Quadrate $A_nB_nC_nD_n$ fest.

Die x-Koordinate der Punkte B_n ist um 2 größer als die Abszisse x der Punkte A_n, die y-Koordinate der Punkte B_n ist um 1 größer als die y-Koordinate der Punkte A_n.

Zeichnen Sie die Quadrate $A_1B_1C_1D_1$ für $x = -3$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 2$ in das Koordinatensystem zu A 2.0 ein.

A 2.3 Begründen Sie, weshalb alle Quadrate $A_nB_nC_nD_n$ den gleichen Flächeninhalt A haben, und geben Sie diesen an.

A 2.4 Zeigen Sie, dass für die Koordinaten der Punkte C_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $C_n\left(x+1 \,\middle|\, 0{,}5 \cdot (x+2)^{-3} + 4\right)$.

A 2.5 Der Punkt C_3 des Quadrats $A_3B_3C_3D_3$ liegt auf der y-Achse.
Geben Sie die Koordinaten des Punktes C_3 an.

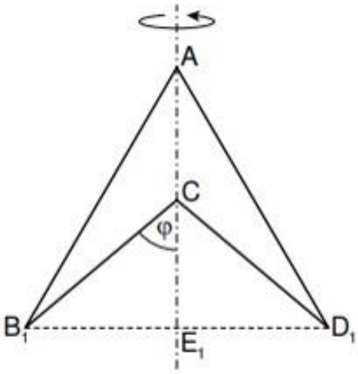
MI A3

Aufgabe A 3 **Haupttermin 2020**

A 3.0 Gegeben sind Drachenvierecke AB_nCD_n mit der Symmetrieachse AC. Punkte E_n sind die Mittelpunkte der Strecken $[B_nD_n]$. Die Winkel B_nCE_n haben das Maß φ mit $\varphi \in \left]0°;90°\right[$.

Es gilt: $\overline{AC} = 2\text{ cm}$ und $\overline{B_nC} = \overline{CD_n} = 3\text{ cm}$.

Die nebenstehende Zeichnung zeigt das Drachenviereck AB_1CD_1 für $\varphi = 50°$.



A 3.1 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Längen der Strecken $[B_nE_n]$ und $[AE_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt: $\overline{B_nE_n}(\varphi) = 3 \cdot \sin\varphi\text{ cm}$ und $\overline{AE_n}(\varphi) = (3 \cdot \cos\varphi + 2)\text{ cm}$.

A 3.2 Die Drachenvierecke AB_nCD_n rotieren um die Gerade AC.

Bestätigen Sie rechnerisch, dass für das Volumen V der entstehenden Rotationskörper in Abhängigkeit von φ gilt: $V(\varphi) = 6 \cdot \pi \cdot \sin^2\varphi\text{ cm}^3$.

A 3.3 Eine der folgenden Aussagen zu den Rotationskörpern aus A 3.2 ist richtig.
Kreuzen Sie diese Aussage an.

- ☐ Es gibt einen Rotationskörper mit einem Volumen von $6 \cdot \pi\text{ cm}^3$.
- ☐ Die Rotationskörper haben ein Volumen von höchstens 6 cm^3.
- ☐ Für das Volumen V gilt: $V(\varphi) < 6 \cdot \pi\text{ cm}^3$.
- ☐ Für das Volumen V gilt: $V(\varphi) > 6 \cdot \pi\text{ cm}^3$.

Lösung

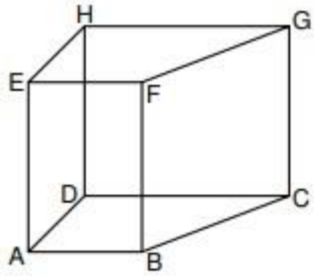
MI B1

Aufgabe B 1 **Haupttermin**

B 1.0 Das Trapez ABCD mit $[AB] \parallel [DC]$ ist die Grundfläche des Prismas ABCDEFGH mit der Höhe $[AE]$ (siehe Skizze).

Es gilt: $\overline{AB} = 5$ cm; $\overline{AD} = 7$ cm; $\sphericalangle BAD = 90°$;
$\overline{DC} = 9$ cm; $\overline{AE} = 7{,}5$ cm.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



B 1.1 Zeichnen Sie das Schrägbild des Prismas ABCDEFGH mit der Strecke $[HC]$, wobei $[AB]$ auf der Schrägbildachse und A links von B liegen soll.

Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.

Berechnen Sie sodann das Maß des Winkels DHC und die Länge der Strecke $[HC]$.

$[$Teilergebnis: $\sphericalangle DHC = 50{,}19°]$ 4 P

B 1.2 Der Punkt K liegt auf der Strecke $[BF]$. Die Strecke $[EK]$ verläuft parallel zur Strecke $[HC]$. Punkte P_n liegen auf der Strecke $[EK]$. Die Winkel P_nAE haben das Maß φ mit $\varphi \in \,]0°; 56{,}31°]$.

Zeichnen Sie die Strecke $[EK]$ sowie das Dreieck AP_1E für $\varphi = 15°$ in das Schrägbild zu B 1.1 ein. 1 P

B 1.3 Zeigen Sie, dass für die Länge der Strecken $[AP_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt:

$$\overline{AP_n}(\varphi) = \frac{5{,}76}{\sin(\varphi + 50{,}19°)} \text{ cm}.$$

Die Länge der Strecke $[AP_0]$ ist minimal. Geben Sie den zugehörigen Wert für φ an. 3 P

B 1.4 Für Punkte $Q_n \in [HC]$ gilt: $\overline{EP_n} = \overline{HQ_n}$. Die Dreiecke AP_nE sind die Grundflächen der Prismen AP_nEDQ_nH.

Zeichnen Sie das Prisma AP_1EDQ_1H in das Schrägbild zu B 1.1 ein.

Ermitteln Sie sodann durch Rechnung das Volumen der Prismen AP_nEDQ_nH in Abhängigkeit von φ.

$$\left[\text{Ergebnis: } V(\varphi) = \frac{151{,}2 \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 50{,}19°)} \text{ cm}^3\right]$$ 3 P

B 1.5 Das Volumen des Prismas AP_2EDQ_2H ist um 70% kleiner als das Volumen des Prismas ABCDEFGH. Berechnen Sie den zugehörigen Wert für φ. 4 P

B 1.6 Bestätigen Sie durch Rechnung die obere Intervallgrenze für φ. 3 P

MI B2

Mathematik I

Aufgabe B 2 **Haupttermin**

B 2.0 Punkte $B_n(x|-x+4{,}5)$ liegen auf der Geraden g mit der Gleichung $y=-x+4{,}5$ $(\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R})$. Für $1{,}5<x<14$ sind sie zusammen mit Punkten $A(-1|-2)$, C_n und D_n Eckpunkte von Drachenvierecken $AB_nC_nD_n$. Die Punkte A und C_n liegen auf deren Symmetrieachse s mit der Gleichung $y=2x$ $(\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R})$.

Für die Diagonalenschnittpunkte M_n der Drachenvierecke $AB_nC_nD_n$ gilt:
$\overline{M_nC_n}=0{,}5\cdot\overline{AM_n}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie die Geraden g und s sowie die Drachenvierecke $AB_1C_1D_1$ für $x=2{,}5$ und $AB_2C_2D_2$ für $x=6{,}5$ in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-6\leqq x\leqq 7$; $-4\leqq y\leqq 8$ — 4 P

B 2.2 Zeigen Sie, dass für die Koordinaten der Punkte D_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte B_n gilt:
$D_n(-1{,}40x+3{,}60\,|\,0{,}20x+2{,}70)$. — 3 P

B 2.3 Bestimmen Sie rechnerisch die Gleichung des Trägergraphen t der Punkte D_n. — 2 P

B 2.4 Im Drachenviereck $AB_3C_3D_3$ liegt der Punkt D_3 auf der Winkelhalbierenden des 2. und 4. Quadranten.

Bestimmen Sie rechnerisch die x-Koordinaten der Punkte B_3 und D_3. — 3 P

B 2.5 Für das Drachenviereck $AB_4C_4D_4$ gilt: $\sphericalangle B_4AC_4=35°$.

Berechnen Sie den zugehörigen Wert für x. — 3 P

B 2.6 Für das Drachenviereck $AB_5C_5D_5$ gilt: $\sphericalangle B_5AD_5=90°$.

Begründen Sie, weshalb für den Flächeninhalt A des Drachenvierecks $AB_5C_5D_5$ gilt:
$A=1{,}5\cdot\overline{AM_5}^2$. — 2 P

Lösung

MII A1

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2020

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Name: ______________________ Vorname: ______________________

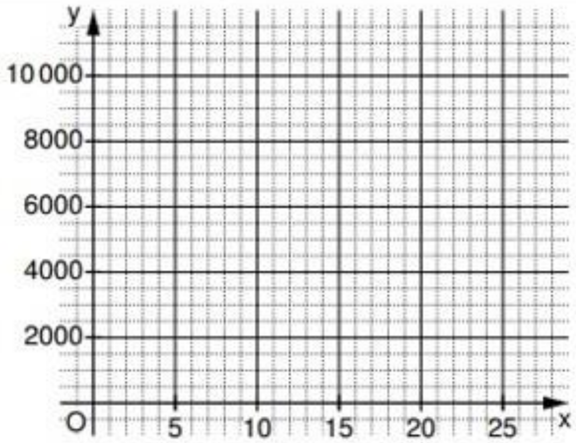
Klasse: __________ Platznummer: __________ Punkte: __________

Aufgabe A 1 **Haupttermin**

A 1.0 Am 22.02.2020 kaufte sich Claudia für 2000 € Aktien. Sie geht davon aus, dass der Wert y € ihrer Aktien nach x Jahren durch die Funktion $f: y = 2000 \cdot 1{,}07^x$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$ dargestellt werden kann.

A 1.1 Ergänzen Sie die Wertetabelle auf Ganze gerundet.
Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f in das Koordinatensystem ein.

x	0	5	10	15	20	25
$2000 \cdot 1{,}07^x$						



2 P

A 1.2 Ergänzen Sie die folgende Aussage.

Claudia nimmt an, dass der Wert ihrer Aktien jährlich um _____ Prozent zunimmt. 1 P

A 1.3 Ermitteln Sie mithilfe des Graphen, nach welcher Zeit sich das Anfangskapital verfünffacht hätte.

A 1.4 Claudia plant, am 22.02.2065 in den Ruhestand zu gehen.
Bestimmen Sie rechnerisch, wie viel ihre Aktien zu diesem Zeitpunkt nach der oben getroffenen Annahme wert wären. Runden Sie auf ganze Euro.

MII A2

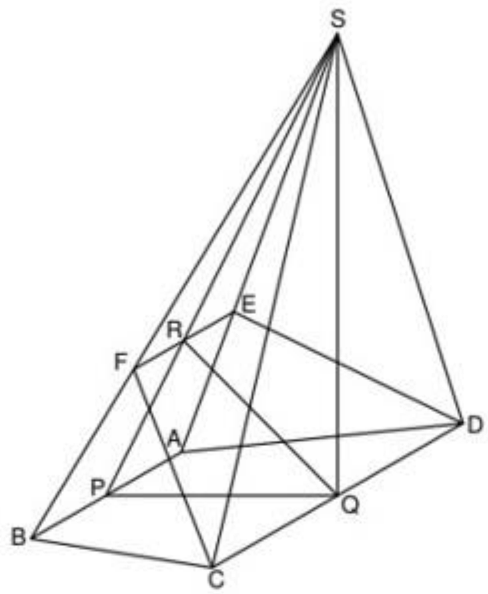
Aufgabe A 2 **Haupttermin 2020**

A 2.0 Das Schrägbild zeigt die Pyramide ABCDS mit dem gleichschenkligen Trapez ABCD als Grundfläche und der Höhe $[QS]$. Der Punkt P ist der Mittelpunkt der Strecke $[AB]$ und der Punkt Q ist der Mittelpunkt der Strecke $[CD]$.

Es gilt: $[AB] \parallel [CD]$; $\overline{AB} = 6$ cm; $\overline{CD} = 10$ cm; $\overline{QS} = 8$ cm; $\overline{PQ} = 4$ cm.

Der Punkt R liegt auf der Strecke $[PS]$ mit $\overline{PR} = 3$ cm. Er ist der Mittelpunkt der Strecke $[EF]$ mit $E \in [AS]$, $F \in [BS]$ und $[EF] \parallel [AB]$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 2.1 Berechnen Sie die Längen der Strecken $[PS]$ und $[EF]$.

$\left[\text{Ergebnis: } \overline{PS} = 8{,}94 \text{ cm}; \overline{EF} = 3{,}99 \text{ cm}\right]$

A 2.2 Berechnen Sie den Flächeninhalt A des Trapezes CDEF.

$\left[\text{Zwischenergebnis: } \sphericalangle QPS = 63{,}43°\right]$

A 2.3 Der Punkt T liegt auf der Strecke $[QS]$ mit $[RT] \parallel [PQ]$. Das Dreieck EFT ist die Grundfläche der Pyramide EFTS mit der Spitze S.

Zeichnen Sie die Pyramide EFTS in das Schrägbild zu A 2.0 ein.

Berechnen Sie sodann das Volumen V der Pyramide EFTS.

Lösung

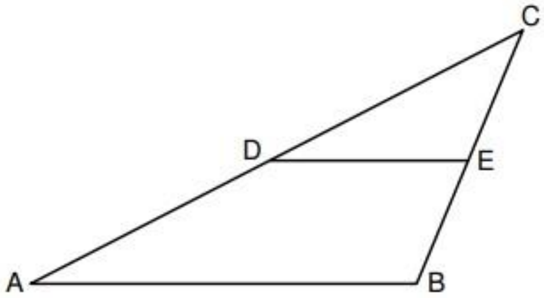
MII A3

Aufgabe A 3 **Haupttermin 2020**

A 3.0 Die nebenstehende Skizze zeigt das Dreieck ABC mit $\overline{AB} = 7\text{ cm}$, $\overline{BC} = 5\text{ cm}$ und $\sphericalangle ACB = 40°$. Die Strecke $[DE]$ wird durch die Punkte $D \in [AC]$ und $E \in [BC]$ festgelegt.

Es gilt: $[AB] \parallel [DE]$; $\overline{DE} = 3{,}6\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 3.1 Berechnen Sie die Länge der Strecke $[BE]$.

$\left[\text{Ergebnis: } \overline{BE} = 2{,}43\text{ cm}\right]$

2 P

A 3.2 Berechnen Sie den Abstand d der Strecken $[AB]$ und $[DE]$.

MII B1

Mathematik II

Aufgabe B 1	Haupttermin

B 1.0 Die Parabel p mit dem Scheitelpunkt $S(5|-4{,}5)$ hat eine Gleichung der Form $y=0{,}1x^2+bx+c$ $(\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R};\, b,c\in\mathbb{R})$.

Die Gerade g hat die Gleichung $y=-0{,}5x+1$ $(\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R})$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Gleichung der Parabel p gilt: $y=0{,}1x^2-x-2$.

Zeichnen Sie sodann die Parabel p und die Gerade g für $x\in[-4;9]$ in ein Koordinatensystem ein.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4\leqq x\leqq 9$; $-6\leqq y\leqq 4$ — 3 P

B 1.2 Punkte $A_n(x|-0{,}5x+1)$ auf der Geraden g und Punkte $B_n(x|0{,}1x^2-x-2)$ auf der Parabel p haben dieselbe Abszisse x und sind zusammen mit Punkten C_n und D_n Eckpunkte von Trapezen $A_nB_nC_nD_n$.

Es gilt: $[A_nB_n]\parallel[C_nD_n]$; $\overrightarrow{A_nD_n}=\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$; $\overline{C_nD_n}=5\,\text{LE}$.

Zeichnen Sie die Trapeze $A_1B_1C_1D_1$ für $x=-1$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x=4$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein. — 2 P

B 1.3 Ermitteln Sie rechnerisch, für welche Belegungen von x es Trapeze $A_nB_nC_nD_n$ gibt. — 3 P

B 1.4 Berechnen Sie den Flächeninhalt A der Trapeze $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von x.

Bestimmen Sie sodann den maximalen Flächeninhalt A_{max} der Trapeze $A_nB_nC_nD_n$ und geben Sie den zugehörigen Wert für x an.

$\left[\text{Zwischenergebnis: } \overline{A_nB_n}(x)=\left(-0{,}1x^2+0{,}5x+3\right)\text{LE}\right]$ — 4 P

B 1.5 Der Punkt D_3 des Trapezes $A_3B_3C_3D_3$ liegt auf der y-Achse.

Ermitteln Sie durch Rechnung die Koordinaten des Punktes B_3. — 2 P

B 1.6 Die kongruenten Trapeze $A_4B_4C_4D_4$ und $A_5B_5C_5D_5$ sind gleichschenklig.

Zeigen Sie, dass die Strecken $[A_4B_4]$ und $[A_5B_5]$ jeweils 3 LE lang sind.

Berechnen Sie sodann das Maß γ der Winkel $D_4C_4B_4$ bzw. $D_5C_5B_5$. — 3 P

Lösung

MII B2

Mathematik II

Aufgabe B 2 **Haupttermin**

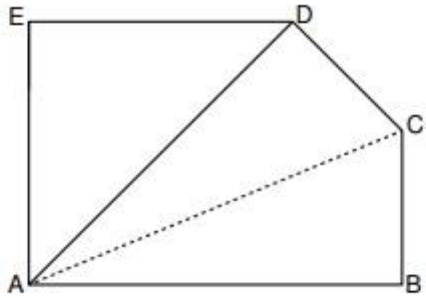
B 2.0 Nebenstehende Skizze zeigt das Fünfeck ABCDE, das aus dem Drachenviereck ABCD mit der Symmetrieachse AC und dem Dreieck ADE besteht.

Es gilt:

$\overline{AB} = \overline{AD} = 11\,\text{cm}$; $\sphericalangle BAD = 45°$;

$\sphericalangle CBA = \sphericalangle ADC = \sphericalangle BAE = 90°$; $[AB] \parallel [ED]$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



B 2.1 Zeichnen Sie das Fünfeck ABCDE sowie die Strecken $[AD]$ und $[AC]$. 2 P

B 2.2 Begründen Sie, weshalb $\sphericalangle EDC = 135°$ und $\overline{AE} = \overline{ED}$ gilt.
Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke $[ED]$.
[Teilergebnis: $\overline{ED} = 7{,}78\,\text{cm}$] 3 P

B 2.3 Berechnen Sie die Länge der Strecke $[BC]$ und den prozentualen Anteil des Flächeninhalts des Drachenvierecks ABCD am Flächeninhalt des Fünfecks ABCDE.
[Teilergebnis: $\overline{BC} = 4{,}56\,\text{cm}$] 4 P

B 2.4 Auf der Strecke $[AE]$ liegen Punkte S_n, für die gilt: $\overline{ES_n}(x) = x\,\text{cm}$ mit $x \in \mathbb{R}$, $x \in \left]0; 7{,}78\right[$. Punkte R_n liegen auf dem Kreisbogen $\widehat{AD}$ mit dem Mittelpunkt E.
Ferner gilt: $[S_nR_n] \parallel [ED]$.

Zeichnen Sie den Kreisbogen $\widehat{AD}$ und die Strecke $[S_1R_1]$ für $x = 2$ in die Zeichnung zu B 2.1 ein. 2 P

B 2.5 Der Punkt R_2 ist der Schnittpunkt des Kreisbogens $\widehat{AD}$ mit der Symmetrieachse AC des Drachenvierecks ABCD.
Ergänzen Sie die Zeichnung zu B 2.1 um das Dreieck S_2R_2E und berechnen Sie die Länge der Strecke $[S_2R_2]$.
[Zwischenergebnis: $\sphericalangle R_2AE = \sphericalangle ER_2A = 67{,}5°$] 3 P

B 2.6 Die Bogenlänge b des Kreisbogens $\widehat{R_3D}$ mit dem Mittelpunkt E beträgt $3\,\text{cm}$.
Berechnen Sie das Maß des Winkels R_3ED und den zugehörigen Wert für x. 3 P

MI NA1

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2020

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

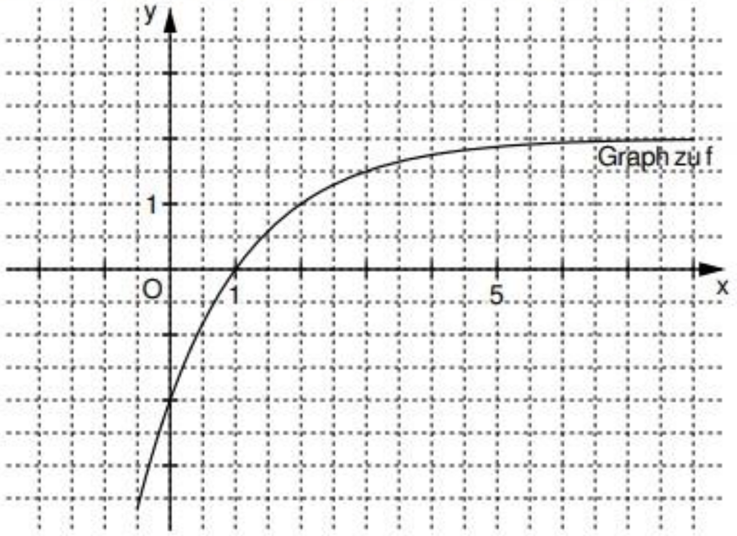
Name: ______________________ Vorname: ______________________

Klasse: ____________ Platznummer: ____________ Punkte: ____________

Aufgabe A 1 **Nachtermin**

A 1.0 Punkte B_n auf der Geraden g mit der Gleichung $y=-1{,}5$ und Punkte $C_n\left(x\middle|-0{,}25\cdot 0{,}5^{x-4}+2\right)$ auf dem Graphen der Funktion f mit der Gleichung $y=-0{,}25\cdot 0{,}5^{x-4}+2$ haben dieselbe Abszisse x $(\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R})$. Sie bilden für $x>0{,}19$ zusammen mit dem Punkt $A(0|0)$ Dreiecke AB_nC_n.

A 1.1 Im Koordinatensystem ist der Graph der Funktion f bereits eingezeichnet.
Ergänzen Sie die Gerade g und das Dreieck AB_1C_1 für $x=6$.



2 P

A 1.2 Unter den Dreiecken AB_nC_n gibt es das gleichschenklige Dreieck AB_2C_2 mit der Basis $[B_2C_2]$.
Bestimmen Sie rechnerisch die Koordinaten des Punktes C_2.

Lösung

MI NA2

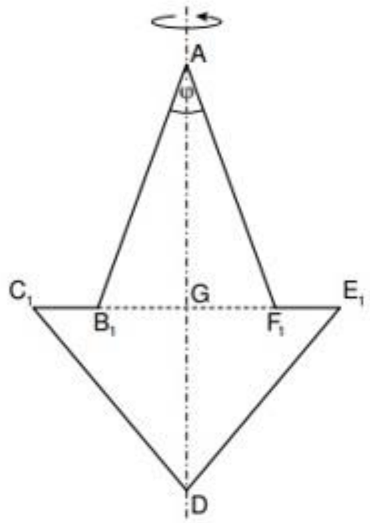
Aufgabe A 2 **Nachtermin 2020**

A 2.0 Gegeben sind Sechsecke $AB_nC_nDE_nF_n$ mit der Symmetrieachse AD. Der Punkt G ist der Mittelpunkt der Strecken $[C_nE_n]$ und $[B_nF_n]$.

Es gilt: $\overline{AG} = 4$ cm und $\overline{DG} = 3$ cm.

Die Winkel B_nAF_n haben das Maß φ und die Winkel E_nDC_n haben das Maß 2φ mit $\varphi \in \,]0°; 90°[$.

Die Zeichnung zeigt das Sechseck $AB_1C_1DE_1F_1$ für $\varphi = 40°$.



A 2.1 Zeigen Sie, dass für die Längen der Strecken $[B_nF_n]$ und $[C_nE_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt:

$\overline{B_nF_n}(\varphi) = 8 \cdot \tan(0{,}5 \cdot \varphi)$ cm und $\overline{C_nE_n}(\varphi) = 6 \cdot \tan\varphi$ cm.

A 2.2 Die Sechsecke $AB_nC_nDE_nF_n$ rotieren um die Gerade AD.

Zeigen Sie, dass für den Oberflächeninhalt O der entstehenden Rotationskörper in Abhängigkeit von φ gilt:

$$O(\varphi) = \left(16\pi \cdot \frac{\tan(0{,}5 \cdot \varphi)}{\cos(0{,}5 \cdot \varphi)} + 9\pi \cdot \frac{\tan\varphi}{\cos\varphi} + 9\pi \cdot \tan^2\varphi - 16\pi \cdot \tan^2(0{,}5 \cdot \varphi)\right) \text{cm}^2.$$

A 2.3 Für das Sechseck $AB_2C_2DE_2F_2$ gilt: $\overline{AB_2} = \overline{B_2F_2} = \overline{F_2A}$.

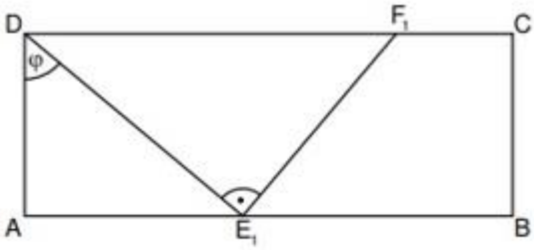
Zeichnen Sie das Sechseck $AB_2C_2DE_2F_2$ in die Zeichnung zu A 2.0 ein.

Berechnen Sie sodann den Oberflächeninhalt des zugehörigen Rotationskörpers. Runden Sie auf zwei Nachkommastellen.

MI NA3

Aufgabe A 3 **Nachtermin 2020**

A 3.0 Gegeben ist das Rechteck ABCD. Punkte E_n auf der Seite $[AB]$ und Punkte F_n auf der Seite $[CD]$ legen zusammen mit dem Punkt D Dreiecke DE_nF_n fest. Die Winkel ADE_n haben das Maß φ mit $\varphi \in [24{,}30°; 65{,}70°]$.



Es gilt: $\overline{AB} = 8$ cm; $\overline{AD} = 3$ cm; $\sphericalangle F_nE_nD = 90°$.

Die Skizze zeigt das Dreieck DE_1F_1 für $\varphi = 50°$.

A 3.1 Begründen Sie, weshalb die Winkel DF_nE_n stets das Maß φ haben.

A 3.2 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Länge der Strecken $[CF_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt: $\overline{CF_n}(\varphi) = \left(8 - \dfrac{3}{\sin\varphi \cdot \cos\varphi}\right)$ cm.

A 3.3 Berechnen Sie die Länge der Strecke $[CF_1]$.
Runden Sie auf zwei Nachkommastellen.

Lösung

MI NB1

Mathematik I

Aufgabe B 1 **Nachtermin**

B 1.0 Gegeben ist die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = -\log_{1,5}(x+5)+2$ $(\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R})$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Geben Sie die Wertemenge der Funktion f_1 an und zeichnen Sie den Graphen zu f_1 für $x \in [-4,5; 8,5]$ in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-5 \leqq x \leqq 9$; $-5 \leqq y \leqq 6$ 2 P

B 1.2 Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes S des Graphen der Funktion f_1 mit der x-Achse. 2 P

B 1.3 Der Graph der Funktion f_1 wird durch Achsenspiegelung an der x-Achse sowie anschließende Parallelverschiebung mit dem Vektor $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0,5 \end{pmatrix}$ auf den Graphen der Funktion f_2 abgebildet.

Zeigen Sie rechnerisch, dass die Funktion f_2 die Gleichung $y = \log_{1,5}(x+3)-1,5$ hat und zeichnen Sie den Graphen zu f_2 für $x \in [-2,5; 8,5]$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein. 3 P

B 1.4 Punkte $A_n(x \mid \log_{1,5}(x+3)-1,5)$ auf dem Graphen zu f_2 und Punkte $B_n(x \mid -\log_{1,5}(x+5)+2)$ auf dem Graphen zu f_1 haben dieselbe Abszisse x und sind für $x > -1,73$ zusammen mit Punkten C_n und D_n Eckpunkte von Parallelogrammen $A_nB_nC_nD_n$.

Es gilt: $\overrightarrow{B_nC_n} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Zeichnen Sie die Parallelogramme $A_1B_1C_1D_1$ für $x = -0,5$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 4$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein. 2 P

B 1.5 Das Parallelogramm $A_3B_3C_3D_3$ ist eine Raute.

Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes A_3. 5 P

B 1.6 Begründen Sie rechnerisch, weshalb es unter den Parallelogrammen $A_nB_nC_nD_n$ kein Parallelogramm $A_4B_4C_4D_4$ gibt, bei dem das Maß des Winkels $B_4A_4D_4$ doppelt so groß ist wie das Maß des Winkels $C_4B_4A_4$. 3 P

MI NB2

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2020
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 2 **Nachtermin**

B 2.0 Der Punkt $C(2|-1)$ ist gemeinsamer Eckpunkt von Rauten $A_nB_nCD_n$ mit den Diagonalenschnittpunkten M_n. Die Punkte $A_n(x|0{,}25x+2)$ liegen auf der Geraden g mit der Gleichung $y=0{,}25x+2$ ($\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$). Die Diagonalen $[A_nC]$ der Rauten sind doppelt so lang wie die Diagonalen $[B_nD_n]$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie die Gerade g und die Rauten $A_1B_1CD_1$ für $x=-8$ und $A_2B_2CD_2$ für $x=4$ in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-9 \leqq x \leqq 5$; $-3 \leqq y \leqq 4$ — 3 P

B 2.2 Begründen Sie, weshalb die Winkel B_nA_nC stets das gleiche Maß besitzen. — 1 P

B 2.3 Für die Rauten $A_3B_3CD_3$ und $A_4B_4CD_4$ gilt: $\overline{A_3C}=\overline{A_4C}=7\,\text{LE}$.

Berechnen Sie die zugehörigen Belegungen von x. — 4 P

B 2.4 Zeigen Sie, dass für die Koordinaten der Punkte M_n und D_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt:

$M_n(0{,}5x+1|0{,}13x+0{,}5)$ und $D_n(0{,}57x+1{,}75|-0{,}12x+1)$. — 5 P

B 2.5 Bestimmen Sie rechnerisch die Gleichung des Trägergraphen t der Punkte D_n. — 2 P

B 2.6 Bei der Raute $A_5B_5CD_5$ liegt der Punkt D_5 ebenfalls auf der Geraden g.

Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes A_5. — 3 P

Lösung

MII NA1

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2020

an den Realschulen in Bayern

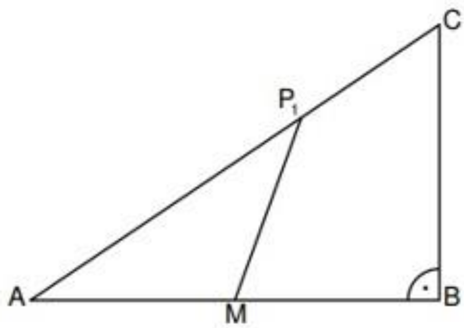
Mathematik II

Name: ______________________ Vorname: ______________________

Klasse: __________ Platznummer: __________ Punkte: __________

Aufgabe A 1 **Nachtermin**

A 1.0 Nebenstehende Skizze zeigt das rechtwinklige Dreieck ABC mit der Hypotenuse $[AC]$.
M ist der Mittelpunkt der Strecke $[AB]$.
Punkte P_n liegen auf der Strecke $[AC]$ mit $\overline{AP_n}(x) = x\text{ cm}$ $(x \in \mathbb{R};\, x \in \,]0\,;10{,}86[\,)$.
Es gilt: $\overline{AB} = 9\text{ cm}$; $\sphericalangle BAC = 34°$; $\sphericalangle BMP_1 = 70°$.



A 1.1 Berechnen Sie die Längen der Strecken $[AC]$ und $[AP_1]$.
Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma.

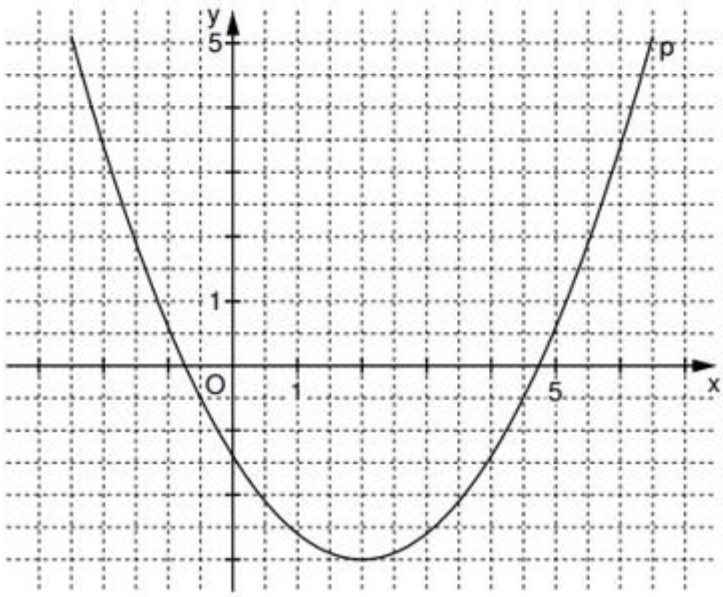
A 1.2 Begründen Sie, weshalb für alle Punkte P_n gilt: $\sphericalangle BMP_n + \sphericalangle MP_nC = 214°$.

MII NA2

	Aufgabe A 2		Nachtermin 2020	

A 2.0 Die Parabel p mit dem Scheitelpunkt $S(2|-3)$ hat eine Gleichung der Form $y=0{,}4x^2+bx+c$ mit $\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ und $b,c\in\mathbb{R}$. Die Gerade g hat die Gleichung $y=-0{,}3x+4$ mit $\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 2.1 Zeigen Sie durch Rechnung, dass die Parabel p die Gleichung $y=0{,}4x^2-1{,}6x-1{,}4$ hat und zeichnen Sie die Gerade g für $x\in[-3;7]$ in das Koordinatensystem zu A 2.0 ein.

A 2.2 Punkte $A_n(x|0{,}4x^2-1{,}6x-1{,}4)$ auf der Parabel p und Punkte $C_n(x|-0{,}3x+4)$ auf der Geraden g haben dieselbe Abszisse x und sind für $x\in]-2{,}39;5{,}64[$ Eckpunkte von Rauten $A_nB_nC_nD_n$. Dabei gilt: $\overline{B_nD_n}=4\,\text{LE}$.

Zeichnen Sie die Raute $A_1B_1C_1D_1$ für $x=2$ in das Koordinatensystem zu A 2.0 ein. 1 P

A 2.3 Berechnen Sie den Flächeninhalt A der Rauten $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von x und begründen Sie sodann, weshalb es unter den Rauten $A_nB_nC_nD_n$ keine Raute mit einem Flächeninhalt von 15 FE geben kann.

[Zwischenergebnis: $\overline{A_nC_n}(x)=(-0{,}4x^2+1{,}3x+5{,}4)\,\text{LE}$]

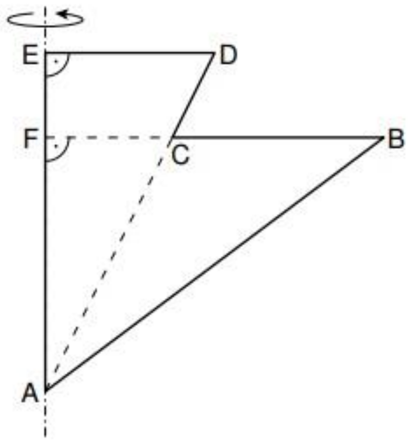
A 2.4 Unter den Rauten $A_nB_nC_nD_n$ gibt es die Quadrate $A_2B_2C_2D_2$ und $A_3B_3C_3D_3$. Bestimmen Sie rechnerisch die x-Koordinaten der Punkte B_2 und B_3.

Lösung

MII NA3

Aufgabe A 3 **Nachtermin 2020**

A 3.0 Nebenstehende Skizze zeigt das Fünfeck ABCDE mit dem Punkt $F \in [AE]$.



Es gilt:
$\overline{DE} = 4$ cm; $\overline{BF} = 8$ cm;
$\sphericalangle AED = \sphericalangle AFB = 90°$; $[CF] \parallel [DE]$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

A 3.1 Der Kegel, der durch Rotation des Dreiecks ADE um die Achse AE entsteht, hat ein Volumen von $134\ \text{cm}^3$.
Berechnen Sie die Höhe dieses Kegels.
[Ergebnis: $\overline{AE} = 8{,}00$ cm]

1 P

A 3.2 Die Strecke [AF] ist um 25 % kürzer als die Strecke [AE].
Berechnen Sie das Volumen V des Rotationskörpers, der durch Rotation des Fünfecks ABCDE um die Achse AE entsteht.
[Zwischenergebnis: $\overline{CF} = 3{,}00$ cm]

MII NB1

Mathematik II

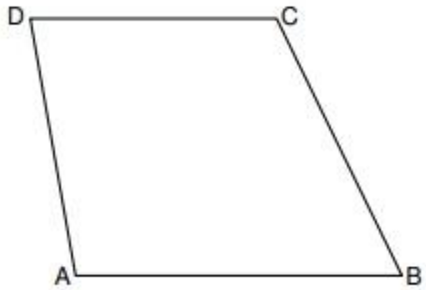
Aufgabe B 1 **Nachtermin**

B 1.0 Nebenstehende Skizze zeigt das Viereck ABCD, für das gilt:

$\overline{AB} = \overline{AC} = 10$ cm; $\overline{AD} = 8$ cm;

$\sphericalangle BAD = 100°$; $[AB] \parallel [CD]$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



B 1.1 Zeichnen Sie das Viereck ABCD mit den Diagonalen $[AC]$ und $[BD]$.

Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke $[BD]$ sowie das Maß des Winkels DBA.

$\left[\text{Ergebnis: } \overline{BD} = 13{,}85 \text{ cm}; \sphericalangle DBA = 34{,}67°\right]$ 4 P

B 1.2 Berechnen Sie das Maß des Winkels DCA und begründen Sie, dass gilt: $\sphericalangle BAC = \sphericalangle DCA = 51{,}98°$. 2 P

B 1.3 Berechnen Sie den Flächeninhalt A_{ABCD} des Vierecks ABCD.

$\left[\text{Ergebnis: } A_{ABCD} = 69{,}12 \text{ cm}^2\right]$ 2 P

B 1.4 Der Punkt M ist der Mittelpunkt der Strecke $[AB]$. Ein Kreis um M berührt die Strecke $[BD]$ im Punkt E und schneidet die Strecke $[AM]$ im Punkt F.

Ergänzen Sie die Zeichnung zu B 1.1 um die Strecke $[ME]$ und den Kreisbogen $\overset{\frown}{EF}$ mit dem Mittelpunkt M. 1 P

B 1.5 Die Strecken $[FB]$ und $[BE]$ sowie der Kreisbogen $\overset{\frown}{EF}$ legen die Figur FBE fest.

Berechnen Sie den prozentualen Anteil des Flächeninhalts A_{FBE} der Figur FBE am Flächeninhalt A_{ABCD} des Vierecks ABCD.

$\left[\text{Zwischenergebnis: } \overline{ME} = 2{,}84 \text{ cm}\right]$ 5 P

B 1.6 Der Punkt G ist der Schnittpunkt der Diagonalen des Vierecks ABCD.

Berechnen Sie das Maß des Winkels CGD.

Begründen Sie sodann, dass gilt: $\overline{DG} > d(D;[AC])$. 2 P

Lösung

MII NB2

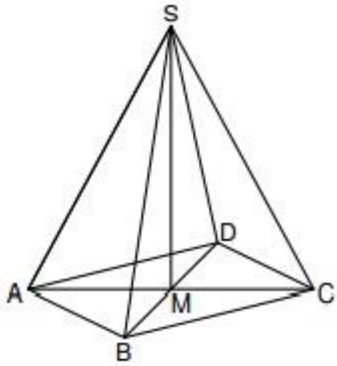
Mathematik II

Aufgabe B 2 **Nachtermin**

B 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCDS mit der Höhe [MS], deren Grundfläche die Raute ABCD mit dem Diagonalenschnittpunkt M ist.

Es gilt: $\overline{AC} = 13\text{ cm}$; $\overline{BD} = 12\text{ cm}$; $\overline{MS} = 12\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei die Strecke $[AC]$ auf der Schrägbildachse und der Punkt A links vom Punkt C liegen soll.

Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.

Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke $[CS]$ und das Maß des Winkels SCA.

$\left[\text{Teilergebnis: } \overline{CS} = 13{,}65\text{ cm}\right]$ 4 P

B 2.2 Punkte H_n liegen auf der Strecke $[AM]$ mit $\overline{AH_n}(x) = x\text{ cm}$ $(x \in \mathbb{R}; 0 < x < 6{,}5)$. Sie sind Mittelpunkte von Strecken $[P_nQ_n]$ mit $P_n \in [AB]$, $Q_n \in [AD]$ und $[P_nQ_n] \parallel [BD]$. Punkte R_n sind Spitzen von Pyramiden $AP_nCQ_nR_n$ mit den Grundflächen AP_nCQ_n und den Höhen $[H_nR_n]$, wobei gilt: $\overline{CR_n} = \overline{CS}$.

Zeichnen Sie die Pyramide $AP_1CQ_1R_1$ und die zugehörige Höhe $[H_1R_1]$ für $x = 3$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein. 2 P

B 2.3 Zeigen Sie rechnerisch, dass für das Volumen V_1 der Pyramide $AP_1CQ_1R_1$ gilt: $V_1 = 111{,}51\text{ cm}^3$.

Bestimmen Sie sodann den prozentualen Anteil des Volumens V_1 am Volumen V der Pyramide ABCDS. 5 P

B 2.4 In der Pyramide $AP_2CQ_2R_2$ gilt: $\overline{H_2R_2} = 6\text{ cm}$.

Bestimmen Sie rechnerisch den zugehörigen Wert für x. 2 P

B 2.5 Zeigen Sie, dass für die Höhen $[H_nR_n]$ der Pyramiden $AP_nCQ_nR_n$ in Abhängigkeit von x gilt: $\overline{H_nR_n}(x) = \sqrt{-x^2 + 26x + 17{,}32}\text{ cm}$. 2 P

B 2.6 Begründen Sie, weshalb es unter den Pyramiden $AP_nCQ_nR_n$ keine Pyramide $AP_3CQ_3R_3$ mit $\sphericalangle R_3CA = 15°$ gibt. 2 P