Besuchen Sie auch die Seite **http://www.matheaufgaben-loesen.de/**
dort gibt es viele Aufgaben zu weiteren Themen.

Realschulabschlussprüfungen Bayern

2022 MI A1

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2022

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Name: ______________________ Vorname: ______________________

Klasse: ________ Platznummer: ________ Punkte: ________

Aufgabe A 1 **Haupttermin**

A 1.0 Mia lernt in der Schule den Begriff „Inflation" kennen. Damit wird der Preisanstieg von Produkten über einen bestimmten Zeitraum hinweg bezeichnet. Dieser Zusammenhang lässt sich unter der Annahme einer gleichbleibenden jährlichen Preissteigerung von p % näherungsweise durch eine Funktion f mit einer Gleichung der Form $y = a \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^x$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+$; $a, p \in \mathbb{R}^+$) beschreiben. Dabei steht a € für den Anfangspreis eines Produkts und y € für dessen Preis nach x Jahren.

Mia kauft ihrer Mutter jährlich am 1. Juni Rosen beim örtlichen Blumenladen.

A 1.1 Am 1. Juni 2020 kostete eine Rose noch 2,20 €. Am 1. Juni 2022 lag der Preis pro Rose bei 2,50 €.

Berechnen Sie den voraussichtlichen Preis einer Rose am 1. Juni 2027 unter der Voraussetzung, dass die jährliche Preissteigerung von p % gleich bleibt.

Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma.

[Zwischenergebnis: $p = 6{,}60$]

3 P

A 1.2 Berechnen Sie, in welchem Jahr Mia erstmals mehr als doppelt so viel für eine Rose bezahlen müsste wie am 1. Juni 2020, wenn man von einer jährlichen Preissteigerung von 6,60 % ausgeht.

Lösung

MI A2

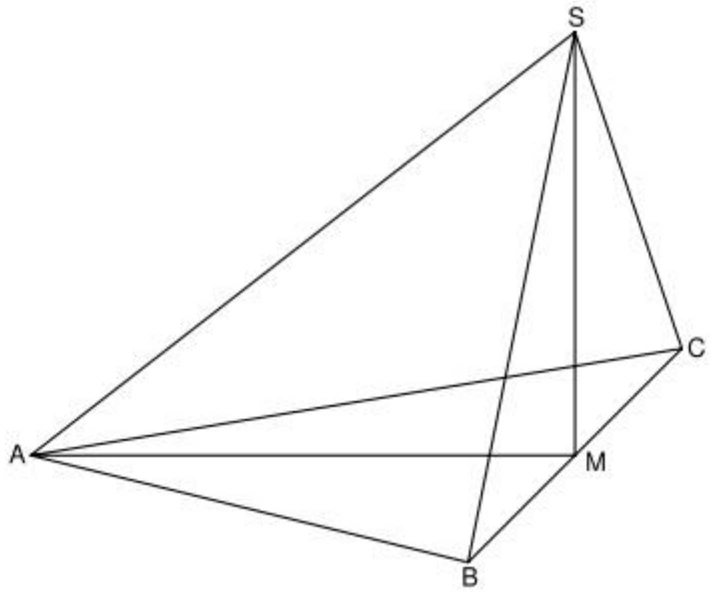
A 2.0 Die Strecke $[BC]$ mit dem Mittelpunkt M ist die Basis des gleichschenkligen Dreiecks ABC. Dieses Dreieck ist die Grundfläche der Pyramide ABCS mit der Höhe $[MS]$.

Es gilt: $\overline{BC} = 10\text{ cm}$; $\overline{AM} = 9\text{ cm}$; $\overline{MS} = 7\text{ cm}$.

Die Zeichnung zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCS.

In der Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$; $[AM]$ liegt auf der Schrägbildachse.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 2.1 Berechnen Sie das Maß des Winkels ASM.
$[\text{Ergebnis: } \sphericalangle ASM = 52{,}13°]$

A 2.2 Punkte P_n liegen auf der Strecke $[AS]$. Die Winkel SMP_n haben das Maß φ mit $\varphi \in \,]0°;90°[$. Punkte Q_n liegen auf der Strecke $[AM]$ mit $[P_nQ_n] \perp [AM]$. Die Dreiecke BCQ_n sind die Grundflächen der Pyramiden BCQ_nS mit der Spitze S und der Höhe $[MS]$.
Zeichnen Sie die Strecken $[MP_1]$ und $[P_1Q_1]$ sowie die Pyramide BCQ_1S für $\varphi = 60°$ in das Schrägbild zu A 2.0 ein.

A 2.3 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Länge der Strecken $[MP_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt: $\overline{MP_n}(\varphi) = \dfrac{5{,}53}{\sin(\varphi + 52{,}13°)}\text{ cm}$.
Die Länge der Strecke $[MP_0]$ ist minimal. Geben Sie den zugehörigen Wert für φ an.

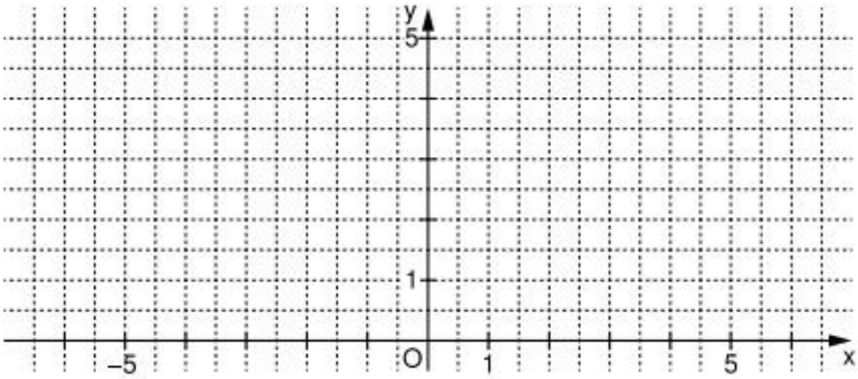
A 2.4 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Länge der Strecken $[MQ_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt: $\overline{MQ_n}(\varphi) = \dfrac{5{,}53 \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 52{,}13°)}\text{ cm}$.
Berechnen Sie sodann das Volumen der Pyramide BCQ_1S.

MI A3

Aufgabe A 3 **Haupttermin 2022**

A 3.0 Pfeile $\overrightarrow{OP_n}(\varphi)=\begin{pmatrix}5\cdot\sin\varphi\\5\cdot\cos\varphi\end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{OQ_n}(\varphi)=\begin{pmatrix}-2\cdot\sin^2\varphi\\\frac{4}{\sin\varphi}\end{pmatrix}$ mit $O(0|0)$ spannen für $\varphi\in\left]0°;90°\right]$ Dreiecke OP_nQ_n auf.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 3.1 Geben Sie für $\varphi=80°$ die Koordinaten der Pfeile $\overrightarrow{OP_1}$ und $\overrightarrow{OQ_1}$ an.

Zeichnen Sie sodann das Dreieck OP_1Q_1 in das Koordinatensystem zu A 3.0 ein.

2 P

A 3.2 Begründen Sie rechnerisch, weshalb die Länge der Strecken $[OP_n]$ konstant ist.

2 P

A 3.3 Berechnen Sie das Maß des Winkels P_1OQ_1.

[Lösung](#)

MI B1

Aufgabe B 1	Haupttermin

B 1.0 Gegeben ist die Funktion f_1 mit einer Gleichung der Form $y = \log_2(x+b)+1$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}; b \in \mathbb{R}$). Der Graph zu f_1 schneidet die y-Achse im Punkt $P(0|3)$.
Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Zeigen Sie rechnerisch, dass die Funktion f_1 die Gleichung $y = \log_2(x+4)+1$ besitzt.
Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_1 für $x \in [-3{,}5; 6]$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-6 \leqq x \leqq 6$; $-2 \leqq y \leqq 5$ 3 P

B 1.2 Der Graph der Funktion f_1 wird durch Achsenspiegelung an der x-Achse sowie anschließende Parallelverschiebung mit dem Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ auf den Graphen der Funktion f_2 abgebildet.
Zeigen Sie rechnerisch, dass die Funktion f_2 die Gleichung $y = -\log_2(x+6)+2$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ besitzt.
Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_2 für $x \in [-5{,}5; 6]$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein. 3 P

B 1.3 Punkte $A_n(x|\log_2(x+4)+1)$ auf dem Graphen zu f_1 haben dieselbe Abszisse x wie Punkte $C_n(x|-\log_2(x+6)+2)$ auf dem Graphen zu f_2. Zusammen mit Punkten B_n sind sie für $x > -3{,}26$ die Eckpunkte von rechtwinkligen Dreiecken $A_nB_nC_n$ mit den Hypotenusen $[B_nC_n]$. Es gilt: $\overline{A_nB_n} = 4$ LE.
Zeichnen Sie in das Koordinatensystem zu B 1.1 die Dreiecke $A_1B_1C_1$ für $x = -1$ und $A_2B_2C_2$ für $x = 5$ ein. 2 P

B 1.4 Zeigen Sie, dass für die Länge der Strecken $[A_nC_n]$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt:
$\overline{A_nC_n}(x) = [\log_2(x^2+10x+24)-1]$ LE. 2 P

B 1.5 Das Dreieck $A_3B_3C_3$ hat den Flächeninhalt 10 FE.
Bestimmen Sie rechnerisch die x-Koordinate des Punktes A_3. 3 P

B 1.6 Der Eckpunkt B_4 des Dreiecks $A_4B_4C_4$ liegt auf dem Graphen zu f_2.
Berechnen Sie die x-Koordinate des Punktes B_4. 4 P

MI B2

Mathematik I

Aufgabe B 2	**Haupttermin**

B 2.0 Gegeben sind die Geraden $g\colon y = 0{,}25x - 3$ und $h\colon y = 0{,}6x$ $(\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R})$.

Punkte $B_n(x \mid 0{,}25x - 3)$ auf der Geraden g bilden für $x > 1{,}57$ zusammen mit dem Punkt $A(0 \mid 0)$ und Punkten C_n und D_n Rauten $AB_nC_nD_n$, wobei die Gerade $h = AC_n$ eine der Symmetrieachsen der Rauten ist.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie die Geraden g und h sowie die Rauten $AB_1C_1D_1$ für $x = 2{,}5$ und $AB_2C_2D_2$ für $x = 7$ in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-1 \leqq x \leqq 10$; $-4 \leqq y \leqq 8$ — 3 P

B 2.2 Ermitteln Sie rechnerisch die Koordinaten der Punkte D_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte B_n.

[Ergebnis: $D_n(0{,}69x - 2{,}64 \mid 0{,}76x + 1{,}41)$] — 3 P

B 2.3 Überprüfen Sie rechnerisch, ob die Raute $AB_2C_2D_2$ ein Quadrat ist. — 3 P

B 2.4 Bestimmen Sie die Gleichung des Trägergraphen t der Punkte D_n.

Zeichnen Sie sodann den Trägergraphen t in das Koordinatensystem zu B 2.1 ein. — 3 P

B 2.5 Der Punkt D_3 der Raute $AB_3C_3D_3$ liegt auf der y-Achse.

Zeichnen Sie die Raute $AB_3C_3D_3$ in das Koordinatensystem zu B 2.1 ein.

Berechnen Sie sodann die Koordinaten des Punktes C_3 sowie den Flächeninhalt der Raute $AB_3C_3D_3$.

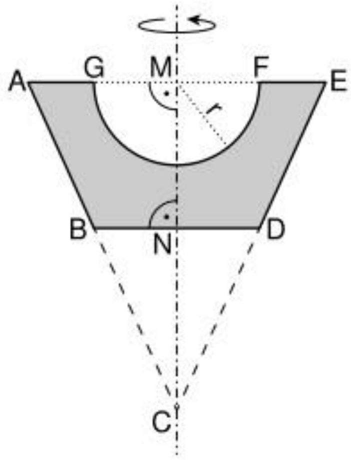
[Teilergebnis: $x_{C_3} = 3{,}83$] — 5 P

Lösung

MII A1

Aufgabe A 1 **Haupttermin**

A 1.0 Die Vorlage eines Kerzenhalters für kugelförmige Kerzen ist ein Rotationskörper mit der Rotationsachse MN. Nebenstehende Skizze zeigt den Axialschnitt dieses Rotationskörpers. Der Punkt C ist der Schnittpunkt der Geraden AB und ED.



Es gilt: $\overline{AE} = 9\text{ cm}$; $\overline{GF} = 5\text{ cm}$; $\overline{BD} = 5\text{ cm}$;

$\overline{CN} = 5{,}5\text{ cm}$; $r = \overline{MG} = \overline{MF}$; $AE \parallel BD$.

A 1.1 Berechnen Sie das Volumen des Rotationskörpers.
Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma.
$\left[\text{Zwischenergebnis: } \overline{CM} = 9{,}9\text{ cm}; \text{ Ergebnis: } V = 141{,}21\text{ cm}^3\right]$

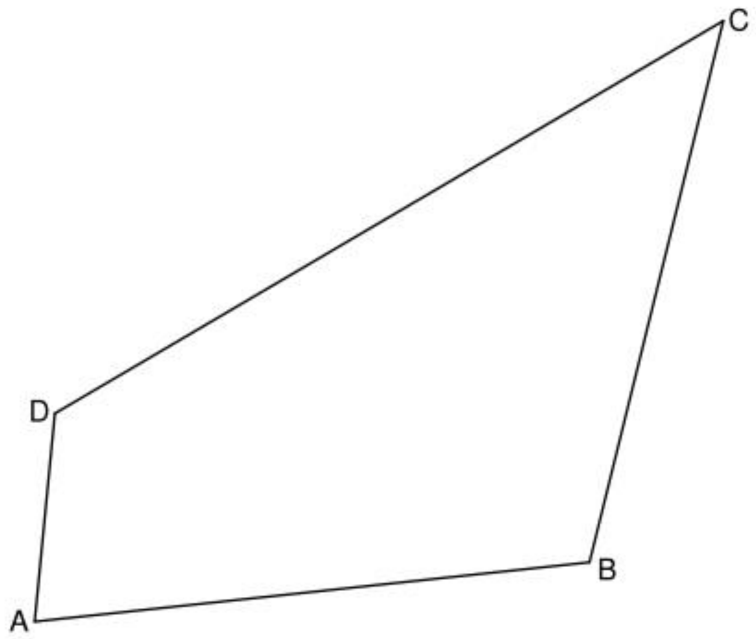
MII A2

Aufgabe A 2 **Haupttermin 2022**

A 2.0 Gegeben ist das Viereck ABCD.

Es gilt: $\overline{AB} = \overline{BC} = 8\text{ cm}$; $\overline{AD} = 3\text{ cm}$; $\sphericalangle CBA = 110°$; $\sphericalangle ADB = 80°$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 2.1 Zeichnen Sie die Strecke [BD] in die Zeichnung zu A 2.0 ein.

Berechnen Sie sodann das Maß des Winkels DBA und die Länge der Strecke [BD].

[Teilergebnisse: $\sphericalangle DBA = 21{,}67°$; $\overline{BD} = 7{,}96\text{ cm}$]

A 2.3 Der Punkt M ist der Mittelpunkt der Strecke [BC]. Der Kreisbogen $\overset{\frown}{CB}$ mit dem Mittelpunkt M schneidet die Strecke [AC] in den Punkten C und E.

Zeichnen Sie den Kreisbogen $\overset{\frown}{CB}$ und Strecke [EM] in die Zeichnung zu A 2.0 ein.

A 2.4 Die Strecke [EM] ist parallel zur Strecke [AB].

Begründen Sie, weshalb für das Maß des Winkels EMB gilt: $\sphericalangle EMB = 70°$.

Berechnen Sie sodann die Bogenlänge des Kreisbogens $\overset{\frown}{EB}$ mit dem Mittelpunkt M.

A 2.5 Berechnen Sie den Flächeninhalt der Figur, die durch den Kreisbogen $\overset{\frown}{EB}$ und die Strecken [EM] und [BM] begrenzt wird.

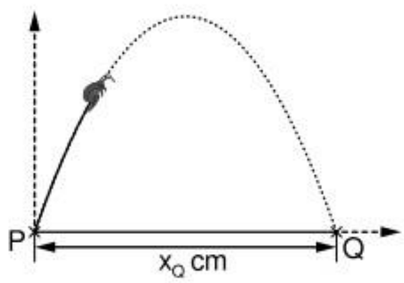
Lösung

MII A3

	Aufgabe A 3		Haupttermin 2022	

A 3.0 Ein Floh kann bezogen auf seine Körpergröße sehr weit und sehr hoch springen.

Ein solcher Sprung kann näherungsweise durch die Parabel p: $y = -0{,}1x^2 + 3{,}5x$ $\left(\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+\right)$ beschrieben werden. Dabei entspricht x cm der horizontal gemessenen Entfernung vom Absprungpunkt $P(0|0)$ und y cm der zugehörigen Höhe über dem Boden. Der Floh landet im Punkt $Q(x_Q|0)$ auf dem Boden.



A 3.1 Berechnen Sie die Koordinaten des Scheitelpunkts S der Parabel p.

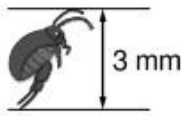
Zeichnen Sie sodann die Parabel p für $x \in [0; x_Q]$ in das Koordinatensystem ein.

A 3.2 Geben Sie die maximale Höhe und die Weite dieses Sprungs an.
Runden Sie auf ganze Zentimeter.

maximale Höhe: __________ cm Weite: __________ cm

A 3.3 Der rechts abgebildete Floh kann bis zu 0,6 m weit springen.

Kreuzen Sie an, wie weit ein 1,80 m großer Mensch ungefähr springen würde, wenn er im Verhältnis zu seiner Körpergröße genauso weit wie dieser Floh springen könnte.



❑ 3,6 m ❑ 36 m ❑ 360 m ❑ 3600 m

MII B1

Aufgabe B 1 **Haupttermin**

B 1.0 Die Parabel p mit dem Scheitelpunkt $S(3|5)$ hat eine Gleichung der Form $y = -0{,}5x^2 + bx + c$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ und $b, c \in \mathbb{R}$.
Die Gerade g hat die Gleichung $y = -0{,}25x - 3$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Zeigen Sie rechnerisch, dass die Parabel p die Gleichung $y = -0{,}5x^2 + 3x + 0{,}5$ hat.
Zeichnen Sie sodann die Parabel p und die Gerade g für $x \in [-2; 8]$ in ein Koordinatensystem ein.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-2 \leqq x \leqq 10$; $-8 \leqq y \leqq 6$ — 3 P

B 1.2 Punkte $B_n(x|-0{,}25x-3)$ auf der Geraden g und Punkte $D_n(x|-0{,}5x^2+3x+0{,}5)$ auf der Parabel p haben dieselbe Abszisse x. Sie sind zusammen mit Punkten A_n und C_n Eckpunkte von Drachenvierecken $A_nB_nC_nD_n$ mit den Symmetrieachsen A_nC_n und den Diagonalenschnittpunkten M_n.
Es gilt: $\overline{M_nA_n} = 2\,\text{LE}$; $\overline{M_nC_n} = 4\,\text{LE}$; $y_{D_n} > y_{B_n}$.
Zeichnen Sie das Drachenviereck $A_1B_1C_1D_1$ für $x = 0$ und das Drachenviereck $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 6$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein. — 2 P

B 1.3 Begründen Sie, weshalb der Flächeninhalt der Dreiecke $A_nB_nD_n$ stets halb so groß wie der Flächeninhalt der Dreiecke $B_nC_nD_n$ ist. — 1 P

B 1.4 Ermitteln Sie rechnerisch, für welche Werte von x es Drachenvierecke $A_nB_nC_nD_n$ gibt. — 3 P

B 1.5 Unter den Drachenvierecken $A_nB_nC_nD_n$ hat das Drachenviereck $A_0B_0C_0D_0$ den maximalen Flächeninhalt.
Berechnen Sie diesen Flächeninhalt und den zugehörigen Wert für x.
[Zwischenergebnis: $\overline{B_nD_n}(x) = (-0{,}5x^2 + 3{,}25x + 3{,}5)\,\text{LE}$] — 4 P

B 1.6 Unter den Drachenvierecken $A_nB_nC_nD_n$ gibt es zwei Drachenvierecke $A_3B_3C_3D_3$ und $A_4B_4C_4D_4$, die bei C_3 bzw. C_4 rechtwinklig sind.
Begründen Sie, warum $\overline{B_3D_3} = \overline{B_4D_4} = 8\,\text{LE}$ gilt.
Berechnen Sie sodann die x-Koordinaten von B_3 und B_4. — 3 P

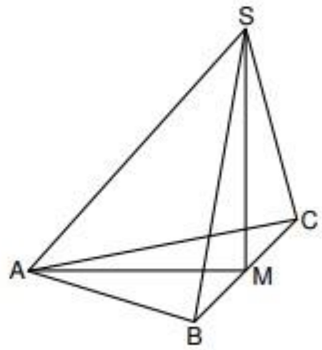
Lösung

MII B2

Mathematik II

Aufgabe B 2 **Haupttermin**

B 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCS mit der Höhe $[MS]$, deren Grundfläche das gleichschenklige Dreieck ABC ist. M ist der Mittelpunkt der Basis $[BC]$.



Es gilt: $\overline{AM} = 9\text{ cm}; \overline{BC} = 12\text{ cm}; \overline{MS} = 10\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCS, wobei die Strecke $[AM]$ auf der Schrägbildachse und der Punkt A links vom Punkt M liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$. 2 P

B 2.2 Berechnen Sie die Länge der Strecke $[AS]$, das Maß des Winkels MAS sowie das Volumen der Pyramide ABCS.
$\left[\text{Ergebnisse: } \overline{AS} = 13{,}45\text{ cm}; \sphericalangle MAS = 48{,}01°; V_{ABCS} = 180\text{ cm}^3\right]$ 3 P

B 2.3 Für den Punkt $D \in [AS]$ gilt: $\overline{AD} = 4\text{ cm}$.
Zeichnen Sie die Strecke $[DM]$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein und berechnen Sie das Maß des Winkels DMA. 3 P

B 2.4 Für Punkte R_n auf der Strecke $[MS]$ gilt: $\overline{SR_n} = x\text{ cm}$ $(x \in \mathbb{R}; 0 < x < 10)$.
Parallelen zur Strecke $[BC]$ durch die Punkte R_n schneiden die Strecke $[BS]$ in den Punkten P_n und die Strecke $[CS]$ in den Punkten Q_n. Die Dreiecke P_nMQ_n sind die Grundflächen von Pyramiden P_nMQ_nD mit der Höhe $[DF]$, wobei $F \in [MS]$ gilt.
Zeichnen Sie die Pyramide P_1MQ_1D und die Höhe $[DF]$ für $x = 5$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein. 2 P

B 2.5 Zeigen Sie rechnerisch, dass für das Volumen V der Pyramiden P_nMQ_nD in Abhängigkeit von x gilt: $V(x) = (-1{,}26x^2 + 12{,}64x)\text{ cm}^3$.
$\left[\text{Zwischenergebnis: } \overline{DF} = 6{,}32\text{ cm}\right]$ 4 P

B 2.6 Es gibt Pyramiden P_2MQ_2D und P_3MQ_3D, deren Volumen jeweils um 90% kleiner ist als das Volumen der Pyramide ABCS.
Berechnen Sie die zugehörigen x-Werte. 3 P

MI NA1

Aufgabe A 1 **Nachtermin**

A 1.0 Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $y=-1{,}5\cdot\log_2(1-x)-6$ $(\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R})$.

A 1.1 Die Gerade g mit der Gleichung $y=-9$ schneidet den Graphen der Funktion f im Punkt P.

Ermitteln Sie rechnerisch die x-Koordinate des Punktes P.

A 1.2 Der Graph der Funktion f_0 mit der Gleichung $y=a\cdot\log_2(b-x)-c$ mit $\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ und $a,b,c\in\mathbb{R}$ wird durch Achsenspiegelung an der x-Achse und anschließende Parallelverschiebung mit dem Vektor $\vec{v}=\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$ auf den Graphen der Funktion f abgebildet.

Bestimmen Sie die Gleichung der Funktion f_0.

Lösung

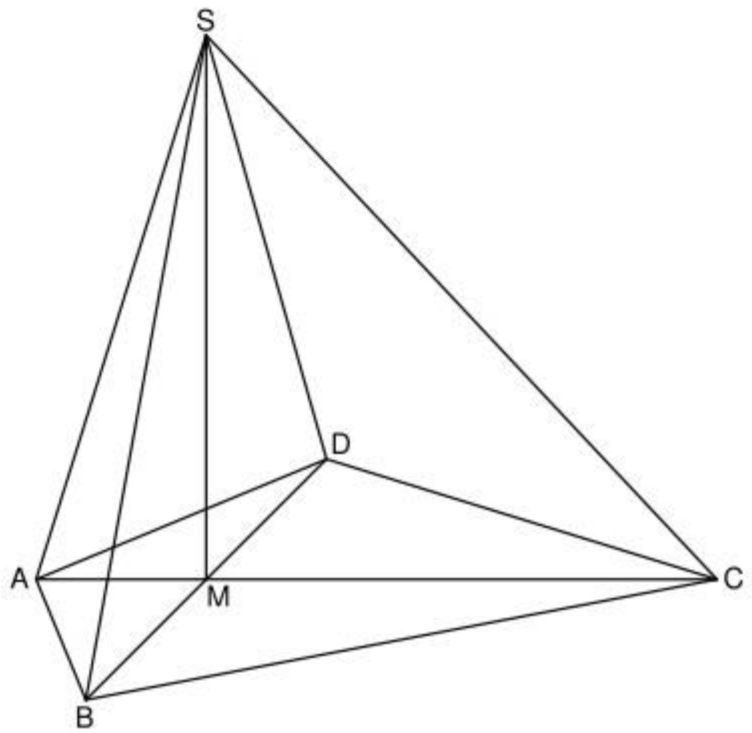
MI NA2

A 2.0 Die Diagonalen $[AC]$ und $[BD]$ des Drachenvierecks ABCD schneiden sich im Punkt M. Das Drachenviereck ABCD ist die Grundfläche der Pyramide ABCDS mit der Höhe $[MS]$.

Es gilt: $\overline{AC} = 10\text{ cm}$; $\overline{AM} = 2{,}5\text{ cm}$; $\overline{BD} = 10\text{ cm}$; $\overline{MS} = 8\text{ cm}$.

Die Zeichnung zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCDS.
In der Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$; $[AC]$ liegt auf der Schrägbildachse.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 2.1 Punkte P_n liegen auf der Strecke $[MC]$. Die Winkel MSP_n haben das Maß φ mit $\varphi \in [0°; 43{,}15°[$.

Parallelen zur Strecke $[BD]$ durch die Punkte P_n schneiden die Strecke $[BC]$ in Punkten Q_n und die Strecke $[CD]$ in Punkten R_n. Die Dreiecke AQ_nR_n sind die Grundflächen von Pyramiden AQ_nR_nS mit der Höhe $[MS]$.

Zeichnen Sie die Strecke $[SP_1]$ sowie die Pyramide AQ_1R_1S für $\varphi = 30°$ in das Schrägbild zu A 2.0 ein.

A 2.2 Begründen Sie rechnerisch die obere Intervallgrenze von φ.

A 2.3 Berechnen Sie die Längen der Strecken $[MP_n]$ und $[Q_nR_n]$ in Abhängigkeit von φ.

$\left[\text{Ergebnisse: } \overline{MP_n}(\varphi) = 8 \cdot \tan\varphi \text{ cm} \ ; \ \overline{Q_nR_n}(\varphi) = (10 - 10{,}67 \cdot \tan\varphi) \text{ cm}\right]$

A 2.4 Zeigen Sie, dass für das Volumen V der Pyramiden AQ_nR_nS in Abhängigkeit von φ gilt: $V(\varphi) = \left(-113{,}81 \cdot \tan^2\varphi + 71{,}10 \cdot \tan\varphi + 33{,}33\right) \text{cm}^3$.

Bestimmen Sie sodann durch Rechnung das Volumen der Pyramide AQ_1R_1S.

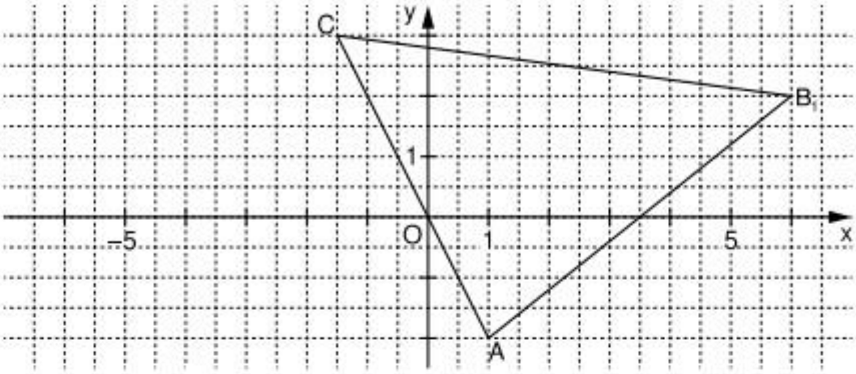
MI NA3

	Aufgabe A 3		**Nachtermin 2022**	

A 3.0 Die Punkte $A(1|-2)$ und $C(-1{,}5|3)$ legen für $\varphi \in \left]0°;180°\right[$ zusammen mit Pfeilen $\overrightarrow{AB_n}(\varphi) = \begin{pmatrix} 4\sin\varphi + 3 \\ \frac{2}{\sin\varphi} \end{pmatrix}$ Dreiecke AB_nC fest.

Im Koordinatensystem ist das Dreieck AB_1C für $\varphi = 30°$ eingezeichnet.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 3.1 Die Punkte B_n werden durch Punktspiegelung an $O(0|0)$ auf Punkte D_n abgebildet. Dadurch entstehen Vierecke AB_nCD_n.

Ergänzen Sie im Koordinatensystem zu A 3.0 das Dreieck AB_1C zum Viereck AB_1CD_1.

Zeigen Sie sodann rechnerisch, dass für die Koordinaten der Punkte D_n in Abhängigkeit von φ gilt: $D_n\left(-4\sin\varphi - 4 \,\middle|\, 2 - \frac{2}{\sin\varphi}\right)$.

A 3.2 Begründen Sie, weshalb es unter den Vierecken AB_nCD_n kein Parallelogramm gibt.

Lösung

MI NB1

Aufgabe B 1	Nachtermin

B 1.0 Gegeben ist die Funktion f_1 mit einer Gleichung der Form $y = a \cdot 2^{x-6} - 5$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ und $a \in \mathbb{R}$. Der Graph der Funktion f_1 verläuft durch den Punkt $P(5|-1)$.
Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Zeigen Sie rechnerisch, dass die Funktion f_1 die Gleichung $y = 8 \cdot 2^{x-6} - 5$ besitzt.

Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_1 für $x \in [-4; 6]$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4 \leqq x \leqq 6$; $-6 \leqq y \leqq 3$ 3 P

B 1.2 Der Graph der Funktion f_1 wird durch orthogonale Affinität mit der x-Achse als Affinitätsachse und dem Affinitätsmaßstab $k = -0{,}1$ sowie anschließende Parallelverschiebung mit dem Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0{,}5 \end{pmatrix}$ auf den Graphen der Funktion f_2 abgebildet.
Zeigen Sie durch Rechnung, dass die Funktion f_2 die Gleichung $y = -0{,}8 \cdot 2^{x-3} + 1$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ besitzt und zeichnen Sie den Graphen zu f_2 für $x \in [-4; 6]$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein.
Geben Sie sodann die Gleichung der Asymptote des Graphen zu f_2 an. 4 P

B 1.3 Punkte $A_n(x|8 \cdot 2^{x-6} - 5)$ auf dem Graphen zu f_1 und Punkte $C_n(x|-0{,}8 \cdot 2^{x-3} + 1)$ auf dem Graphen zu f_2 haben dieselbe Abszisse x und sind zusammen mit Punkten B_n und D_n für $x < 4{,}74$ die Eckpunkte von Rauten $A_nB_nC_nD_n$.

Es gilt: $\overline{B_nD_n} = 3\,\text{LE}$.

Zeichnen Sie die Rauten $A_1B_1C_1D_1$ für $x = -2$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 3$ mit ihren Diagonalen in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein. 2 P

B 1.4 Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes B_2.
Überprüfen Sie sodann rechnerisch, ob der Punkt B_2 auf dem Graphen zu f_1 liegt. 3 P

B 1.5 Zeigen Sie, dass für die Länge der Strecken $[A_nC_n]$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $\overline{A_nC_n}(x) = (-1{,}8 \cdot 2^{x-3} + 6)\,\text{LE}$.

Begründen Sie sodann, dass für den Flächeninhalt A der Rauten $A_nB_nC_nD_n$ gilt: $A < 9\,\text{FE}$. 3 P

B 1.6 Für die Raute $A_3B_3C_3D_3$ gilt: $\sphericalangle C_3B_3A_3 = 120°$.
Bestimmen Sie durch Rechnung die zugehörige x-Koordinate des Punktes A_3. 3 P

MI NB2

Aufgabe B2	Nachtermin

B 2.0 Punkte $B_n(x|-x+2)$ auf der Geraden g mit der Gleichung $y=-x+2$ $(\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R})$ und Punkte C_n auf der Geraden h mit der Gleichung $y=-0{,}75x+5{,}5$ $(\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R})$ haben dieselbe Abszisse x. Sie sind für $x\in\,]-1;10[$ zusammen mit dem Punkt $A(-1|-4)$ und Punkten D_n die Eckpunkte von Vierecken $AB_nC_nD_n$.

Für die Punkte D_n gilt: $\sphericalangle B_nAD_n=40°$ und $\overline{AB_n}=\overline{AD_n}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie die Geraden g und h sowie die Vierecke $AB_1C_1D_1$ für $x=0$ und $AB_2C_2D_2$ für $x=5$ in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-5\leqq x\leqq 6$; $-4\leqq y\leqq 6$ — 3 P

B 2.2 Ermitteln Sie rechnerisch die Koordinaten der Punkte D_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte B_n.

[Ergebnis: $D_n(1{,}41x-4{,}07|-0{,}13x+1{,}26)$] — 4 P

B 2.3 Für die Strecke $[AB_3]$ gilt: $[AB_3]\perp g$.

Berechnen Sie die zugehörige Belegung für x. — 2 P

B 2.4 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Gleichung des Trägergraphen t der Punkte D_n gilt: $y=-0{,}09x+0{,}88$ $(\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R})$.

Zeichnen Sie sodann den Trägergraphen t in das Koordinatensystem zu B 2.1 ein. — 3 P

B 2.5 Der Punkt D_4 liegt auf der Geraden h.

Berechnen Sie die x-Koordinaten der Punkte B_4 und D_4.

Überprüfen Sie sodann rechnerisch, ob $AB_4\parallel t$ gilt.

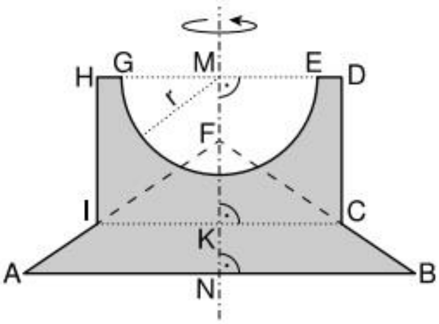
[Teilergebnis: $x_{B_4}=7{,}86$] — 5 P

Lösung

MII NA1

Aufgabe A 1 **Nachtermin**

A 1 Nebenstehende Skizze zeigt den Axialschnitt eines Rotationskörpers mit der Rotationsachse NM. Der Punkt F ist der Schnittpunkt der Geraden AI und BC.



Es gilt: $\overline{AB} = 8\text{ cm}$; $\overline{FK} = 1{,}7\text{ cm}$; $\overline{CD} = 3\text{ cm}$;

$\overline{DE} = 0{,}5\text{ cm}$; $r = \overline{ME} = \overline{MG} = 2\text{ cm}$;

$IH \parallel NM \parallel CD$.

Berechnen Sie das Volumen des Rotationskörpers. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma.

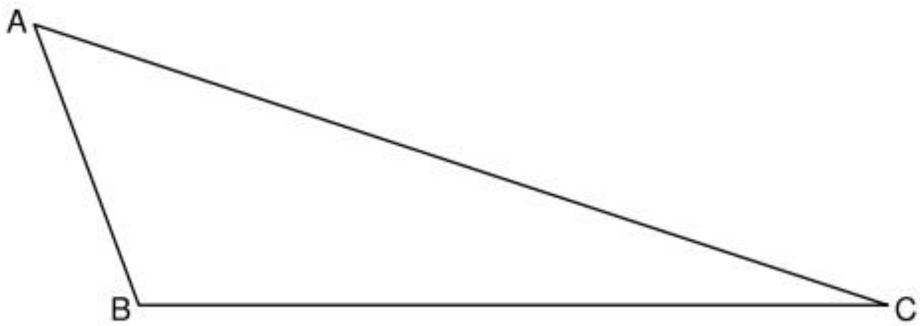
$\left[\text{Zwischenergebnis: } \overline{FN} = 2{,}72\text{ cm}\right]$

MII NA2

Aufgabe A 2 **Nachtermin 2022**

A 2.0 Gegeben ist das Dreieck ABC mit den Seitenlängen $\overline{AB} = 4\text{ cm}$, $\overline{BC} = 10\text{ cm}$ und $\overline{AC} = 12\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 2.1 Berechnen Sie das Maß des Winkels BAC.
[Ergebnis: $\sphericalangle BAC = 51{,}32°$]

A 2.2 Der Punkt M ist der Mittelpunkt der Strecke $[AC]$. Auf dem Kreisbogen $\overset{\frown}{CA}$ mit dem Mittelpunkt M liegt der Punkt D mit $\overline{AD} = 6\text{ cm}$.

Zeichnen Sie den Kreisbogen $\overset{\frown}{CA}$, das Dreieck ACD und die Strecke $[DM]$ in die Zeichnung zu A 2.0 ein.

A 2.3 Begründen Sie, weshalb der Winkel ADC das Maß 90° und der Winkel DMA das Maß 60° hat.

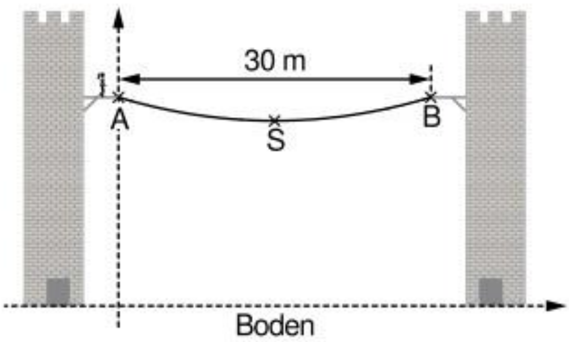
A 2.4 Berechnen Sie den Flächeninhalt der Figur, die durch den Kreisbogen $\overset{\frown}{DA}$ sowie die Strecken $[AB]$, $[BC]$ und $[CD]$ begrenzt wird.

Lösung

MII NA3

Aufgabe A 3 **Nachtermin 2022**

A 3.0 An zwei Türmen sind auf einer Höhe von jeweils 15 m über dem Boden Plattformen angebracht. Zwischen den beiden 30 m voneinander entfernten Plattformen ist eine Brücke gespannt.



Der Verlauf der Brücke zwischen den Punkten $A(0|15)$ und $B(30|15)$ kann näherungsweise durch eine Parabel p beschrieben werden.

Diese hat eine Gleichung der Form $y = ax^2 + bx + c$ $\left(\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+;\ a, b, c \in \mathbb{R};\ a \neq 0\right)$ und den Scheitelpunkt $S(15|12{,}75)$. Dabei entspricht x m der horizontal gemessenen Entfernung vom Punkt A und y m der Höhe über dem Boden.

A 3.1 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Gleichung der Parabel p gilt:
$y = 0{,}01x^2 - 0{,}3x + 15$ $\left(\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+\right)$.

A 3.2 Eine Person überquert die Brücke von A nach B. Sie geht bereits wieder aufwärts. Bei einer Höhe von 13 Metern über dem Boden bleibt sie stehen. Diese Position entspricht dem Punkt D auf der Parabel p.

Berechnen Sie die x-Koordinate des Punktes D.

MII NB1

Aufgabe B 1	Nachtermin

B 1.0 Die Parabel p verläuft durch die Punkte $P(-2|2{,}8)$ und $Q(7|1)$. Sie hat eine Gleichung der Form $y=-0{,}2x^2+bx+c$ mit $\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ und $b,c\in\mathbb{R}$.

Die Gerade g hat die Gleichung $y=-0{,}2x-1$ mit $\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Zeigen Sie durch Berechnung der Werte für b und c, dass die Parabel p die Gleichung $y=-0{,}2x^2+0{,}8x+5{,}2$ hat.

Zeichnen Sie sodann die Parabel p und die Gerade g für $x\in[-4;9]$ in ein Koordinatensystem ein.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4\leqq x\leqq 9$; $-4\leqq y\leqq 7$ 4 P

B 1.2 Punkte $A_n(x|-0{,}2x^2+0{,}8x+5{,}2)$ auf der Parabel p und Punkte $B_n(x|-0{,}2x-1)$ auf der Geraden g haben dieselbe Abszisse x. Punkte D_n liegen auch auf der Parabel p und haben eine um drei größere Abszisse als die Punkte A_n. Zusammen mit Punkten C_n entstehen für $x\in\,]-3{,}60;8{,}60[$ Trapeze $A_nB_nC_nD_n$.

Es gilt: $[A_nB_n]\parallel[C_nD_n]$ und $\overline{C_nD_n}=4\,\text{LE}$.

Zeichnen Sie die Trapeze $A_1B_1C_1D_1$ für $x=-1$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x=3$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein. 2 P

B 1.3 Zeigen Sie, dass für den Flächeninhalt der Trapeze $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $A(x)=(-0{,}3x^2+1{,}5x+15{,}3)\,\text{FE}$.

Bestimmen Sie sodann den maximalen Flächeninhalt dieser Trapeze sowie den zugehörigen Wert für x. 4 P

B 1.4 Der Flächeninhalt der Trapeze $A_3B_3C_3D_3$ und $A_4B_4C_4D_4$ beträgt jeweils 16,5 FE.

Ermitteln Sie die zugehörigen Werte für x. 2 P

B 1.5 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die y-Koordinate der Punkte D_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $y_{D_n}=-0{,}2x^2-0{,}4x+5{,}8$. 2 P

B 1.6 Die Strecke $[A_5D_5]$ im Trapez $A_5B_5C_5D_5$ ist parallel zur x-Achse.

Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Trapezes.

[Zwischenergebnis: $x_{A_5}=0{,}5$] 3 P

Lösung

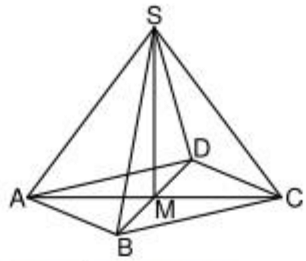
MII NB2

Aufgabe B 2 **Nachtermin**

B 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCDS mit der Höhe $[MS]$, deren Grundfläche die Raute ABCD mit dem Diagonalenschnittpunkt M ist.

Es gilt: $\overline{AC} = 12\text{ cm}$; $\overline{BD} = 10\text{ cm}$; $\overline{MS} = 8\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei die Strecke $[AC]$ auf der Schrägbildachse und der Punkt A links vom Punkt C liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.
Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke $[CS]$ und das Maß des Winkels MSC.
$\left[\text{Teilergebnisse: } \overline{CS} = 10\text{ cm}; \sphericalangle MSC = 36{,}87°\right]$ 4 P

B 2.2 Der Punkt T liegt auf der Strecke $[CS]$ mit $\overline{ST} = 3\text{ cm}$. Punkte P_n liegen auf der Strecke $[MS]$ mit $\overline{MP_n} = x\text{ cm}$ $\left(x \in \mathbb{R}_0^+; x \in [0; 8[\right)$. Zusammen mit den Punkten T und S bilden sie Dreiecke TSP_n.
Zeichnen Sie die Strecke $[P_1T]$ für $x = 2$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein.
Ermitteln Sie sodann rechnerisch den Flächeninhalt des Dreiecks TSP_1 sowie das Maß des Winkels TP_1S. 4 P

B 2.3 Für den Winkel STP_2 gilt: $\sphericalangle STP_2 = 90°$.
Zeichnen Sie die Strecke $[P_2T]$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein und berechnen Sie den zugehörigen Wert für x. 2 P

B 2.4 Die Punkte P_n sind Mittelpunkte von Strecken $[Q_nR_n]$, wobei gilt: $Q_n \in [BS]$, $R_n \in [DS]$ und $[Q_nR_n] \parallel [BD]$. Die Dreiecke Q_nR_nS sind Grundflächen von Pyramiden Q_nR_nST, wobei T die Spitze der Pyramiden mit dem Höhenfußpunkt $H \in [MS]$ ist.
Zeichnen Sie die Pyramide Q_1R_1ST und die Pyramidenhöhe $[HT]$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein. 1 P

B 2.5 Zeigen Sie, dass für das Volumen V der Pyramiden Q_nR_nST in Abhängigkeit von x gilt: $V(x) = \left(0{,}375x^2 - 6x + 24\right)\text{cm}^3$.
$\left[\text{Zwischenergebnis: } \overline{Q_nR_n}(x) = (10 - 1{,}25x)\text{ cm}\right]$ 4 P

B 2.6 Unter den Pyramiden Q_nR_nST hat die Pyramide Q_3R_3ST das maximale Volumen.
Geben Sie den zugehörigen Wert für x und das maximale Volumen an. 2 P