

Steckbriefaufgaben Aufgabe 101

Der Graph einer achsensymmetrischen ganzrationalen Funktion 4. Grades hat Nullstellen bei - 5 und 3 und geht durch den Punkt (0|1). Wie lautet seine Funktionsgleichung?

Allgemeine Form einer achsensymmetrischen ganzrationalen Funktion 4. Grades:

$$f(x) = ax^4 + cx^2 + e$$

$$f'(x) = 4ax^3 + 2cx$$

$$f''(x) = 12ax^2 + 2c$$

3 Bedingungen :

1. Hat eine Nullstelle bei - 5 bedeutet:

$$f(-5) = 0 \rightarrow a * (-5)^4 + c * (-5)^2 + e = 0 \rightarrow 625a + 25c + e = 0 \quad \text{I}$$

2. Hat eine Nullstelle bei 3 bedeutet:

$$f(3) = 0 \rightarrow a * 3^4 + c * 3^2 + e = 0 \rightarrow 81a + 9c + e = 0 \quad \text{II}$$

3. Geht durch den Punkt (0|1) bedeutet:

$$f(0) = 1 \rightarrow a * 0^4 + c * 0^2 + e = 1 \rightarrow e = 1$$

I * 9 + II * (-25) (e = 1 eingesetzt)

$$\begin{array}{r} 5625a + 225c + 9 = 0 \\ - 2025a - 225c - 25 = 0 \\ \hline 3600a - 16 = 0 \quad | +16 \end{array}$$

$$3600a = 16 \quad | :3600$$

$$a = \frac{16}{3600} = \frac{1}{225}$$

a = 1/225 in II eingesetzt.

$$81 * (1/225) + 9c + 1 = 0$$

$$81/225 + 9c + 225/225 = 0$$

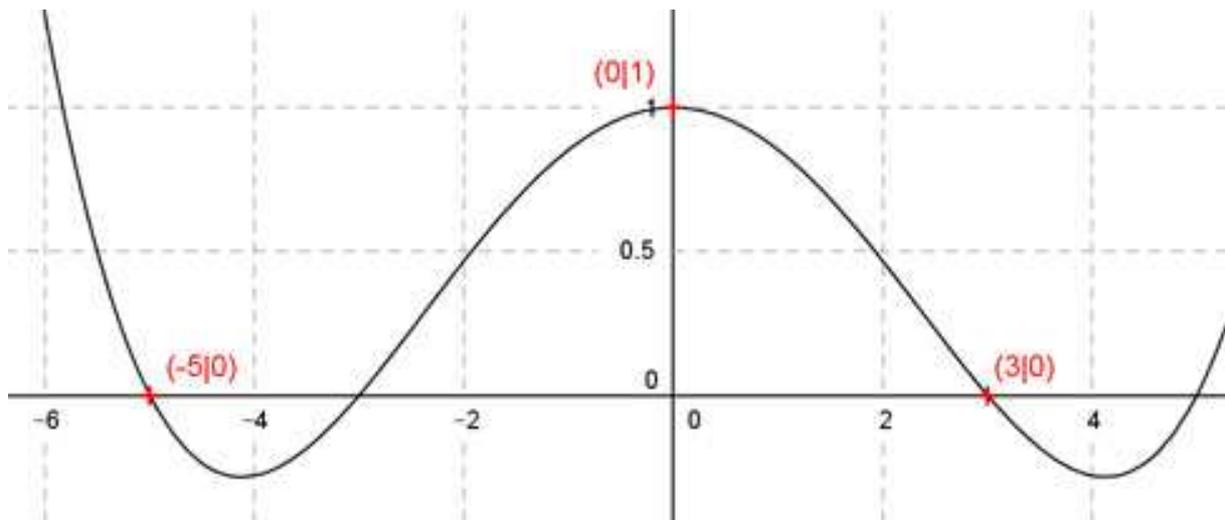
$$306/225 + 9c = 0 \quad | -306/225$$

$$9c = -306/225 \quad | :9$$

$$c = -34/225$$

Gesuchte Funktionsgleichung:

$$f(x) = (1/225)x^4 - (34/225)x^2 + 1$$



Alternative Lösung:

Nullstelle bei $x = -5$ entspricht dem Linearfaktor $(x + 5)$

Nullstelle bei $x = 3$ entspricht dem Linearfaktor $(x - 3)$

Wegen Symmetrie:

Nullstelle bei $x = 5$ entspricht dem Linearfaktor $(x - 5)$

Nullstelle bei $x = -3$ entspricht dem Linearfaktor $(x + 3)$

$$f(x) = a * (x + 5)(x - 3)(x - 5)(x + 3)$$

Punktkoordinaten $(0|1)$ eingesetzt:

$$1 = a * (0 + 5)(0 - 3)(0 - 5)(0 + 3)$$

$$1 = a * 5 * (-3) * (-5) * 3$$

$$1 = 225 a \quad | :225$$

$$a = 1/225$$

$$f(x) = (1/225) * (x^2 + 2x - 15)(x^2 - 2x - 15)$$

$$f(x) = (1/225) * (x^4 - 2x^3 - 15x^2 + 2x^3 - 4x^2 - 30x - 15x^2 + 30x + 225)$$

$$f(x) = (1/225) * (x^4 - 34x^2 + 225)$$

$$\mathbf{f(x) = (1/225)x^4 - (34/225)x^2 + 1}$$