

## Steckbriefaufgaben Aufgabe 107

Der Graph einer punktsymmetrischen ganzrationalen Funktion 5. Grades hat in  $(0|0)$  einen Sattelpunkt und in  $(2|-16/15)$  einen Tiefpunkt. Wie lautet seine Funktionsgleichung?

Wegen Sattelpunkt in  $(0|0)$  ist die Funktion punktsymmetrisch zu  $(0|0)$ .

Allgemeine Form einer zu  $(0|0)$  punktsymmetrischen ganzrationalen Funktion 5. Grades:

$$f(x) = ax^5 + cx^3 + ex$$

$$f'(x) = 5ax^4 + 3cx^2 + e$$

$$f''(x) = 20ax^3 + 6cx$$

5 Bedingungen : (2 mehr als nötig)

1. Hat in  $(0|0)$  einen Sattelpunkt bedeutet erstens:

$$f(0) = 0 \rightarrow a \cdot 0^5 + c \cdot 0^3 + e = 0 \rightarrow 0 = 0 \text{ liefert kein Ergebnis}$$

2. Hat in  $(0|0)$  einen Sattelpunkt bedeutet zweitens:

$$f'(0) = 0 \rightarrow 5a \cdot 0^4 + 3c \cdot 0^2 + e = 0 \rightarrow e = 0$$

3. Hat in  $(0|0)$  einen Sattelpunkt bedeutet drittens:

$$f''(0) = 0 \rightarrow 20a \cdot 0^3 + 6c \cdot 0 = 0 \rightarrow 0 = 0 \text{ liefert kein Ergebnis}$$

4. Hat in  $(2|-16/15)$  einen Tiefpunkt bedeutet zum einen: ( $e = 0$  eingesetzt)

$$f(2) = -16/15 \rightarrow a \cdot 2^5 + c \cdot 2^3 = 32a + 8c = -16/15 \quad \text{I}$$

5. Hat in  $(2|-16/15)$  einen Tiefpunkt bedeutet zum zweiten:

$$f'(2) = 0 \rightarrow 5a \cdot 2^4 + 3c \cdot 2^2 = 0 \rightarrow 80a + 12c = 0 \quad \text{II}$$

$$\text{I} \cdot (-3) + \text{II} \cdot 2$$

$$-96a - 24c = 16/5$$

$$\underline{160a + 18c = 0}$$

$$64a = 16/5 \quad | :64$$

$$a = \frac{16}{5 \cdot 64} = 1/20$$

$a = 1/20$  in II eingesetzt:

$$80 \cdot 1/20 + 12c = 0$$

$$4 + 12c = 0 \quad | -4$$

$$12c = -4 \quad | :12$$

$$c = -1/3$$

Gesuchte Funktionsgleichung:

$$f(x) = (1/20)x^5 - (1/3)x^3$$

