Steckbriefaufgaben Aufgabe 111

Der Graph einer zu (0|0) punktsymmetrischen ganzrationalen Funktion 5. Grades hat in (1|1) die Steigung 0 und in (2|f(2)) einen Wendepunkt. Wie lautet seine Funktionsgleichung?

Allgemeine Form einer zu (0|0) punktsymmetrischen ganzrationalen Funktion 5. Grades:

$f(x) = ax^5 + cx^3 + ex$

$f'(x) = 5ax^4 + 3cx^2 + e$

$f''(x) = 20ax^3 + 6cx$

4 Bedingungen : (eine mehr als nötig)

1. Geht durch (0|0) bedeutet:

$f(0) = 0 \to a * 0^5 + c * 0^3 + e * 0 = 0 \to 0 = 0$ liefert kein Ergebnis

2. Hat in (1|1) die Steigung 0 bedeutet erstens:

$f(1) = 1 \to a * 1^5 + c * 1^3 + e * 1 = 1 \to a + c + e = 1$ I

3. Hat in (1|1) die Steigung 0 bedeutet erstens:

$f'(1) = 0 \to 5a * 1_4 + 3c * 1^2 + e = 0 \to 5a + 3c + e = 0$ II

3. Hat in (2|f(2)) einen Wendepunkt bedeutet:

$f''(2) = 0 \to 20a * 2^3 + 6c * 2 = 0 \to 160a + 12c = 0$ III

I * (-1) + II

$- a - c - e = - 1$
$\underline{5a + 3c + e = 0}$
$4a + 2c = - 1$ IV

III + IV * (-6)

$160a + 12c = 0$
$\underline{- 24a - 12c = 6}$
$1360a = 6 \mid :136$

$a = 3/68$

$a = 3/68$ in IV eingesetzt:

$4 * 3/68 + 2c = - 1$

$12/68 + 2c = - 1$

$3/17 + 2c = - 17/17 \mid - 3/17$

$2c = - 20/17 \mid :2$

$c = - 10/17$

$a = 3/68$ und $c = - 10/17$ in I eingesetzt:

$3/68 - 10/17 + e = 1$

$3/68 - 40/68 + e = 68/68$

$- 37/68 + e = 68/68 \mid +37/68$

$e = 105/68$

Gesuchte Funktionsgleichung:

$f(x) = (3/68)x^5 - (10/17)x^3 + (105/68)x$