Steckbriefaufgaben Aufgabe 131

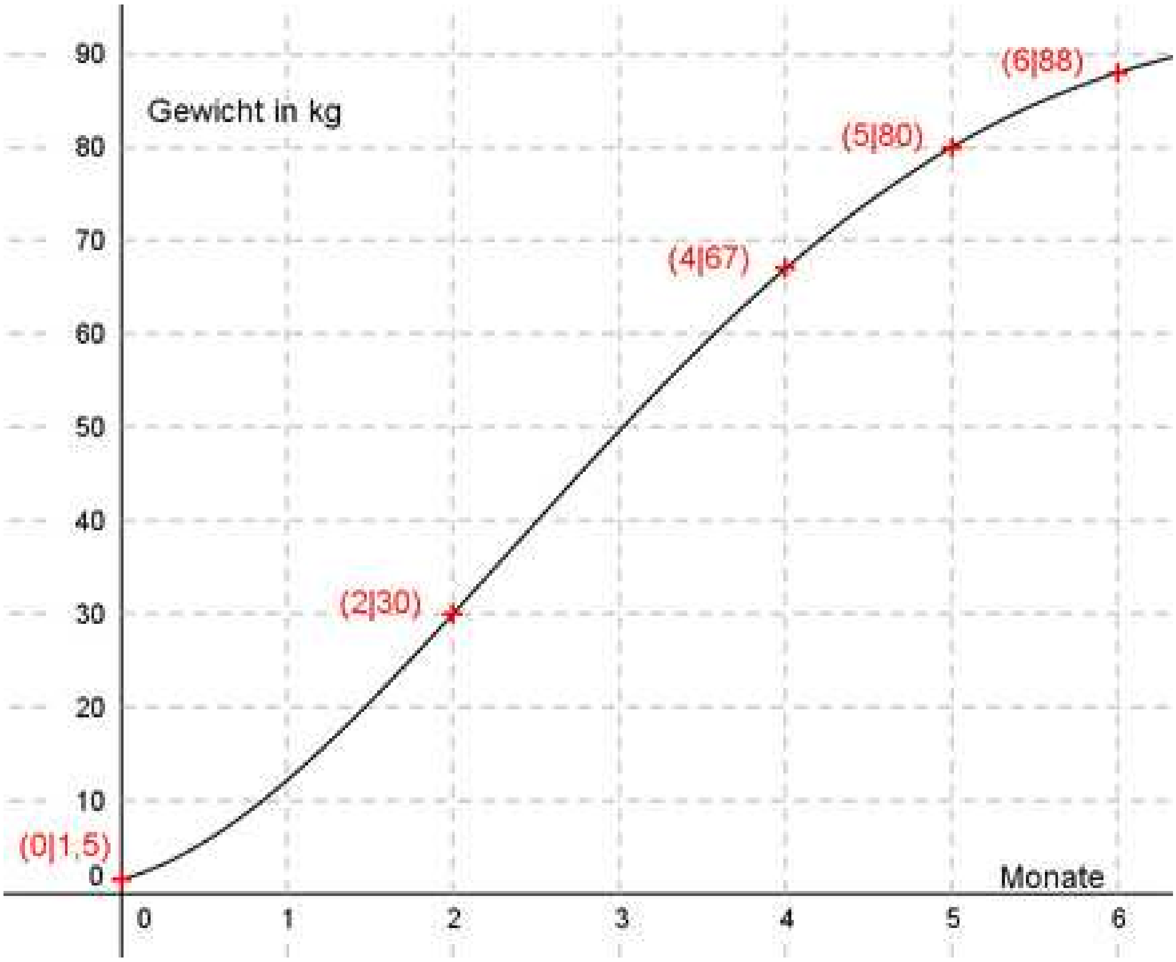
In der Massentierhaltung ist eine wichtige Größe, wann das Tier Schlachtgewicht erreicht. Messungen haben ergeben:

Anzahl Monate	0	2	4	5	6
Gewicht G in kg	1,5	30	67	80	88

Man hat festgestellt, dass die Gewichtszunahme durch eine ganzrationale Funktion 4. Grades beschrieben werden kann.

a) Welches Gewicht hat ein Tier nach einem Monat?

b) Nach wieviel Tagen ist die Gewichtszunahme maximal?



a)

Allgemeine Form einer ganzrationalen Funktion 4. Grades:

$f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$

$f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d$

$f''(x) = 12ax^2 + 6bx + 2c$

5 Bedingungen:

1. Geht durch (0|1,5) bedeutet:

$f(0) = 1,5 \dashrightarrow a * 0^4 + b * 0^3 + c * 0^2 + d * 0 + e = 1,5 \dashrightarrow e = 1,5$

2. Geht durch (2|30) bedeutet: (e = 1,5 eingesetzt)

$f(2) = 30$ --> $a * 2^4 + b * 2^3 + c * 2^2 + d * 2 + 1,5 = 30$ -->

$16a + 8b + 4c + 2d + 1,5 = 30 \mid -1,5$

$16a + 8b + 4c + 2d = 28,5$ I

3. Geht durch (4|67) bedeutet: (e = 1,5 eingesetzt)

$f(4) = 67$ --> $a * 4^4 + b * 4^3 + c * 4^2 + d * 4 + 1,5 = 67$ -->

$256a + 64b + 16c + 4d + 1,5 = 67 \mid -1,5$

$256a + 64b + 16c + 4d = 65,5$ II

4. Geht durch (5|80) bedeutet: (e = 1,5 eingesetzt)

$f(5) = 80$ --> $a * 5^4 + b * 5^3 + c * 5^2 + d * 5 + 1,5 = 80$ -->

$625a + 125b + 25c + 5d + 1,5 = 80 \mid -1,5$

$625a + 125b + 25c + 5d = 78,5$ III

5. Geht durch (6|88) bedeutet: (e = 1,5 eingesetzt)

$f(6) = 88$ --> $a * 6^4 + b * 6^3 + c * 6^2 + d * 6 + 1,5 = 88$ -->

$1296a + 216b + 36c + 6d + 1,5 = 88 \mid -1,5$

$1296a + 216b + 36c + 6d = 86,5$ IV

I * (-2) + II

$$\begin{array}{rl} -32a - 16b - 8c - 4d = -57 & \\ \underline{256a + 64b + 16c + 4d = 65,5} & \\ 224a + 48b + 8c = 8,5 & \quad \text{V} \end{array}$$

I * (-3) + IV

$$\begin{array}{rl} -48a - 24b - 12c - 6d = -85,5 & \\ \underline{1296a + 216b + 36c + 6d = 86,5} & \\ 1248a + 192b + 24c = 1 & \quad \text{VI} \end{array}$$

I * (-2,5) + III

$$\begin{array}{l} -40a - 20b - 10c - 5d = -71{,}25 \\ \underline{625a + 125b + 25c + 5d = 78{,}5} \\ \quad 585a + 105b + 15c = 7{,}25 \qquad \text{VII} \end{array}$$

$V * (-3) + VI$

$$\begin{array}{l} -672a - 144b - 24c = -25{,}5 \\ \underline{1248a + 192b + 24c = 1} \\ \quad 576a + 48b = -24{,}5 \qquad \text{VIII} \end{array}$$

$V * (-15) + VI * 8$

$$\begin{array}{l} -3360a - 720b - 120c = -127{,}5 \\ \underline{4680a + 840b + 120c = 58} \\ \quad 1320a + 120b = -69{,}5 \qquad \text{IX} \end{array}$$

$VIII * (-5) + IX * 2$

$$\begin{array}{l} -2880a - 240b = 122{,}5 \\ \underline{2640a + 240b = -139} \\ \quad -240a = -16{,}5 \mid : (-240) \end{array}$$

$$a = \frac{16{,}5}{240} = \frac{165}{2400} = \frac{11}{160} = 0{,}006875$$

a = 0,06875 in VIII eingesetzt:

$576 * 0{,}06875 + 48b = -24{,}5$

$39{,}6 + 48b = -24{,}5 \mid -39{,}6$

$48b = -64{,}1 \mid :48$

$$b = -\frac{64{,}1}{48} = -\frac{641}{480}$$

a = 0,06875 und b = - 641/480 in V eingesetzt:

$224 * 0{,}06875 - 48 * (641/480) + 8c = 8{,}5$

$15{,}4 - 64{,}1 + 8c = 8{,}5$

$-48{,}7 + 8c = 8{,}5 \mid +48{,}7$

$8c = 57{,}2 \mid :8$

$$c = 7{,}15$$

a = 0,06875 und b = - 641/480 und c = 7,15 in I eingesetzt:

$$16 * 0{,}06875 + 8 * (-641/480) + 4 * 7{,}15 + 2d = 28{,}5$$

$$1{,}1 - 641/60 + 28{,}6 + 2d = 28{,}5$$

$$29{,}7 - 641/60 + 2d = 28{,}5 \mid + 641/60$$

$$29{,}7 + 2d = 641/60 + 28{,}5 \mid - 29{,}7$$

$$2d = 641/60 - 1{,}2$$

$$2d = \frac{641 - 72}{60} \mid :2$$

$$d = \frac{569}{120}$$

$$\mathbf{f(x) = 0{,}06875x^4 - (641/480)x^3 + 7{,}15x^2 + (569/120)x + 1{,}5}$$

$$f_{(1)} = 0{,}006875 - 1{,}33548 + 7{,}15 + 4{,}74167 + 1{,}5$$

$$f_{(1)} = 12{,}125 \text{ kg}$$

b)

Den stärksten Anstieg erhält man, wenn man das Maximum der ersten Ableitung ermittelt:

$$f'(x) = (11/40)x^3 - (641/160)x^2 + 14{,}3x + 569/120$$

f''(x) = 0 wegen Maximum

$$f''(x) = (33/40)x^2 - (641/80)x + 14{,}3 = 0 \mid +80$$

$$66x^2 - 641x + 114{,}4 = 0$$

A, B, C - Formel

A = 66, B = - 641, C = 114,4

$$x_{1,2} = \frac{641 \pm \sqrt{410881 - 302016}}{2 * 66}$$

$$x_{1,2} = \frac{641 \pm \sqrt{108865}}{132}$$

$$x_{1,2} = \frac{641 \pm 329{,}9}{132}$$

$$x_1 = \frac{970{,}9}{132} = 7{,}36 \text{ Monate, } > 6 \text{ keine Lösung}$$

$$x_2 = \frac{311{,}1}{132} = 2{,}36 \text{ Monate} \rightarrow 2{,}36 * 30 = 70{,}8 \rightarrow 71 \text{ Tage gerundet}$$

$f'''(2{,}36) = (66/40) * 2{,}36 - 641/80 = 3{,}894 - 8{,}0125 < 0 \rightarrow$ Maximum