

Steckbriefaufgaben Aufgabe 137

Eine Firma bestimmt ihre Gesamtkosten mit einer ertragsgesetzlichen Kostenfunktion. Ihre jährlichen Fixkosten betragen 30 000 €, bei einer Menge von 20 ME fallen 60 000 € Kosten an, bei einer Menge von 60 ME entstehen durchschnittliche Kosten von 1200 €, dort ist auch das Betriebsminimum. Welche Kosten entstehen bei 40 ME?

Ertragsgesetzliche Kostenfunktion bedeutet, dass von einer Kostenfunktion 3. Grades ausgegangen wird.

Allgemeine Form einer ganzrationalen Kostenfunktion 3. Grades:

$$K(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$K'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$K''(x) = 6ax + 2b$$

4 Bedingungen:

1. Ihre jährlichen Fixkosten betragen 30 000 € bedeutet:

$$K(0) = 30\,000 \rightarrow a \cdot 0^3 + b \cdot 0^2 + c \cdot 0 + d = 30\,000 \rightarrow d = 30\,000$$

2. Bei einer Menge von 20 ME fallen 60 000 € Kosten an bedeutet:
(d = 30 000 eingesetzt)

$$K(20) = 60\,000 \rightarrow a \cdot 20^3 + b \cdot 20^2 + c \cdot 20 + 30\,000 = 60\,000 \rightarrow$$

$$8000a + 400b + 20c + 30\,000 = 60\,000 \quad | -30\,000$$

$$8000a + 400b + 20c = 30\,000 \quad \text{I}$$

3. Bei einer Menge von 60 ME entstehen durchschnittliche Kosten von 1200 € bedeutet: (d = 30 000 eingesetzt)

$$k(60) = 1\,200 \rightarrow \frac{a \cdot 60^3 + b \cdot 60^2 + c \cdot 60 + 30\,000}{60} = 1200 \rightarrow$$

$$= a \cdot 60^2 + b \cdot 60 + c + 500 = 1200 \quad | -500$$

$$= 3600a + 60b + c = 700 \quad \text{II}$$

4. Dort ist auch das Betriebsminimum bedeutet:

$$K_v(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x$$

$$kv(x) = \frac{Kv(x)}{x} = a * x^2 + b * x + c$$

$$kv'(x) = 2ax + b$$

$$kv'(60) = 0 \rightarrow 2a * 60 + b = 0 \rightarrow 120a + b = 0 \quad \text{III}$$

$$\text{II} * (-20) + \text{I}$$

$$\begin{array}{r} - 72000a - 1200b - 20c = - 14000 \\ \underline{8000a + 400b + 20c = 30\,000} \\ - 64000a - 800b = 16000 \quad \text{IV} \end{array}$$

$$\text{III} * 800 + \text{IV}$$

$$\begin{array}{r} 96000a + 800b = 0 \\ \underline{- 64000a - 800b = 16000} \\ 32000a = 1600 \quad | :32000 \end{array}$$

$$a = 0,5$$

a = 0,5 in III eingesetzt:

$$120 * 0,5 + b = 0$$

$$60 + b = 0 \quad | -60$$

$$b = - 60$$

a = 0,5 und b = - 60 in I eingesetzt:

$$8000 * 0,5 + 400 * (-60) + 20c = 30000$$

$$4000 - 24000 + 20c = 30000$$

$$- 20000 + 20c = 30000 \quad | +20000$$

$$20c = 50000 \quad | :20$$

$$c = 2500$$

Gesuchte Kostenfunktion:

$$\mathbf{K(x) = 0,5x^3 - 60x^2 + 2500x + 30000}$$

$$K(40) = 0,5 * 40^3 - 60 * 40^2 + 2500 * 40 + 30000$$

$$K(40) = 66\,000 \text{ €}$$

