

## Steckbriefaufgaben Aufgabe 139

Einen Monopolisten kosten 20 produzierte Bauteile 6000 €, und 60 Stück kosten 18000 €. Er erzielt bei diesen Mengen weder Gewinn noch Verlust. Er ermittelt seine Kosten mit einer quadratischen Funktion und rechnet dabei mit 5400 € Fixkosten. Als Erlösfunktion nutzt er eine lineare Funktion. Wie hoch ist sein maximaler Gewinn?

Allgemeine Form einer ganzrationalen Kostenfunktion 2. Grades:

$$K(x) = ax^2 + bx + c$$

$$K'(x) = 2ax + b$$

$$K''(x) = 2a$$

3 Bedingungen:

1. Rechnet dabei mit 5400 € Fixkosten bedeutet:

$$K(0) = 5400 \rightarrow a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 5400 \rightarrow c = 5400$$

2. Einen Monopolisten kosten 20 produzierte Bauteile 6000 € bedeutet:  
(c = 5400 eingesetzt)

$$K(20) = 6000 \rightarrow a \cdot 20^2 + b \cdot 20 + 5400 = 6000 \rightarrow$$

$$400a + 20b + 5400 = 6000 \quad | -5400$$

$$400a + 20b = 600 \quad \text{I}$$

3. 60 Stück kosten 18000 € bedeutet:

$$K(60) = 18000 \rightarrow a \cdot 60^2 + b \cdot 60 + 5400 = 18000 \rightarrow$$

$$3600a + 60b + 5400 = 18000 \quad | -5400$$

$$3600a + 60b = 12600 \quad \text{II}$$

$$\text{I} \cdot (-3) + \text{II}$$

$$-1200a - 60b = -1800$$

$$\underline{3600a + 60b = 12600}$$

$$2400a = 10800 \quad | :2400$$

$$a = 4,5$$

a = 4,5 in I eingesetzt:

$$400 * 4,5 + 20b = 600$$

$$1800 + 20b = 600 \quad | -1800$$

$$20b = -1200 \quad | :20$$

$$b = 60$$

Gesuchte Kostenfunktion:

$$\mathbf{K(x) = 4,5x^2 - 60x + 5400}$$

Als Erlösfunktion nutzt er eine lineare Funktion bedeutet:

$$E(x) = p * x + b \quad \text{mit } p = \text{Verkaufspreis}$$

Macht bei  $K(20)$  und  $K(60)$  weder Gewinn noch Verlust bedeutet:

$$E(20) = K(20)$$

$$p * 20 + b = 6000 \quad \text{I}$$

$$E(60) = K(60)$$

$$p * 60 + b = 18000 \quad \text{II}$$

$$\text{I} * (-3) + \text{II}$$

$$-60p - 3b = -18000$$

$$\begin{array}{r} 60p + b = 18000 \\ \hline -2b = 0 \quad | :(-2) \end{array}$$

$$b = 0$$

$b = 0$  in I eingesetzt:

$$20p + 0 = 6000 \quad | :20$$

$$p = 300$$

Gesuchte Erlösfunktion:

$$\mathbf{E(x) = 300x}$$

Maximaler Gewinn:

$$G(x) = E(x) - K(x) = 300x - (4,5x^2 - 60x + 5400)$$

$$G(x) = 300x - 4,5x^2 + 60x - 5400$$

$$G(x) = -4,5x^2 + 360x - 5400$$

$$G'(x) = -9x + 360$$

$$G'(x) = 0$$

$$-9x + 360 = 0 \quad | -360$$

$$-9x = -360 \quad | :(-9)$$

$$x = 40 \text{ ME}$$

$$G''(x) = -9 < 0 \rightarrow \text{Maximum}$$

$$G(40) = -4,5 * 40^2 + 360 * 40 - 5400$$

$$G(40) = -7200 + 14400 - 5400$$

$$G(40) = G_{\max} = 1800 \text{ €}$$

