

Steckbriefaufgaben Aufgabe 145

Hochspannungsleitungen hängen zwischen den gleich hohen Masten durch. Höhenmessungen hatten folgende Ergebnisse: 20 m von einem Masten entfernt hängt die Leitung in 42,8 m Höhe, im Abstand von 80 m sind es 35 m und in einem von 120 m sind es 31,8 m. Wie weit ist der tiefste Punkt entfernt?

Es sind 3 Punkte angegeben, deswegen ist von einer ganzrationalen Funktion 2. Grades auszugehen.

Allgemeine Form einer ganzrationalen Funktion 2. Grades:

$$f(x) = ax^2 + bx + cx$$

$$f'(x) = 2ax + 2b$$

$$f''(x) = 2a$$

3 Bedingungen:

1. 20 m von einem Masten entfernt hängt die Leitung in 42,8 m Höhe bedeutet:

$$f(20) = 42,8 \rightarrow a * 20^2 + b * 20 + c = 42,8 \rightarrow$$

$$400a + 20b + c = 42,8 \quad \text{I}$$

2. Im Abstand von 80 m sind es 35 m bedeutet:

$$f(80) = 35 \rightarrow a * 80^2 + b * 80 + c = 35 \rightarrow$$

$$6400a + 80b + c = 35 \quad \text{II}$$

3. In einem von 120 m sind es 31 m bedeutet:

$$f(120) = 31,8 \rightarrow a * 120^2 + b * 120 + c = 31,8 \rightarrow$$

$$14400a + 120b + c = 31,8 \quad \text{III}$$

$$\text{I} * (-1) + \text{II}$$

$$- 400a - 20b - c = - 42,8$$

$$\underline{6400a + 80b + c = 35}$$

$$6000a + 60b = - 7,8 \quad \text{IV}$$

$$\text{I} * (-1) + \text{III}$$

$$\begin{array}{r}
 - 400a - 20b - c = - 42,8 \\
 14400a + 120b + c = 31,8 \\
 \hline
 14000a + 100b = - 11 \quad V
 \end{array}$$

$$IV * (-10) + V * 6$$

$$\begin{array}{r}
 - 60000a - 600b = 78 \\
 84000a + 600b = - 66 \\
 \hline
 24000a = 12 \quad | : 24000
 \end{array}$$

$$a = 0,0005$$

a = 0,0005 in IV eingesetzt:

$$6000 * 0,0005 + 60b = - 7,8$$

$$3 + 60b = - 7,8 \quad | -3$$

$$60b = - 10,8 \quad | :60$$

$$b = - 0,18$$

a = 0,0005 und b = - 0,18 in I eingesetzt:

$$400 * 0,0005 + 20 * (-0,18) + c = 42,8$$

$$0,2 - 3,6 + c = 42,8$$

$$- 3,4 + c = 42,8 \quad +3,4$$

$$c = 46,2$$

Gesuchte Funktion:

$$\mathbf{f(x) = 0,0005x^2 - 0,18x + 46,2}$$

Wenn die Masten gleich hoch sind, dann ist der tiefste Punkt der

Scheitelpunkt der Parabel:

Scheitelpunktform:

$$f(x) = 0,0005x^2 - 0,18x + 46,2$$

$$f(x) = 0,0005(x^2 - 360x + 92400)$$

Quadratische Ergänzung:

$$f(x) = 0,0005(x^2 - 360x + 32400 - 32400 + 92400)$$

$$f(x) = 0,0005((x - 180)^2 + 60000))$$

Ausmultiplizieren:

$$f(x) = 0,0005(x - 180)^2 + 30$$

Der tiefste Punkt der Leitung hat einen Abstand von 180 m und eine Höhe von 30 m.

Alternative Rechnung:

Minimum bestimmen:

$$\text{Bedingung } f'(x) = 0$$

$$0,001x - 0,18 = 0 \quad | +0,18$$

$$0,001x = 0,18 \quad | :0,001$$

$$x = 180 \text{ m}$$

