

Steckbriefaufgaben Aufgabe 149

Ein Produzent hat Grenzkosten von 38 GE bei 2 ME, Stückkosten von 42 GE bei 4 ME, Gesamtkosten von 504 GE bei 12 ME, und Betriebsoptimum und Betriebsminimum fallen zusammen. Er stellt diesen Zusammenhang durch eine ganzrationale Kostenfunktion dar. Bei welcher ME treten Betriebsoptimum und Betriebsminimum auf?

Betriebsoptimum und Betriebsminimum fallen zusammen bedeutet:
Stückkostenfunktion = variable Stückkostenfunktion, keine Fixkosten

$$k(x) = k_v(x) \rightarrow d = 0$$

$$k(x) = k_v(x) = \frac{K(x)}{x} = \frac{K_v(x)}{x} = \frac{ax^3 + bx^2 + cx}{x} = ax^2 + bx + c$$

$$K(x) = ax^3 + bx^2 + cx$$

$$K'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$K''(x) = 6ax + 2b$$

3 Bedingungen:

1. Hat Grenzkosten von 38 GE bei 2 ME bedeutet:

$$K'(2) = 38 \rightarrow 3a * 2^2 + 2b * 2 + c = 38 \rightarrow$$

$$12a + 4b + c = 38 \quad \text{I}$$

2. Stückkosten von 42 GE bei 4 ME bedeutet:

$$k(4) = 42 \rightarrow a * 4^2 + b * 4 + c = 42 \rightarrow$$

$$16a + 4b + c = 42 \quad \text{II}$$

3. Gesamtkosten von 504 GE bei 12 ME bedeutet:

$$K(12) = 504 \rightarrow a * 12^3 + b * 12^2 + c * 12 = 504 \rightarrow$$

$$1728a + 144b + 12c = 504 \quad \text{III}$$

$$\text{I} * (-1) + \text{II}$$

$$-12a - 4b - c = -38$$

$$\underline{16a + 4b + c = 42}$$

$$4a = 4 \quad | :4$$

$$a = 1$$

$$I * (-12) + III$$

$$\begin{array}{r} - 144a - 48b - 12c = - 456 \\ \underline{1728a + 144b + 12c = 504} \\ 1584a + 96b = 48 \end{array} \quad IV$$

a = 1 in IV eingesetzt:

$$1584 + 96b = 48 \quad | -1584$$

$$96b = - 1536 \quad | :96$$

$$b = - 16$$

a = 1 und b = - 16 in I eingesetzt:

$$12 * 1 + 4 * (- 16) + c = 38$$

$$12 - 64 + c = 38$$

$$- 52 + c = 38 \quad | +52$$

$$c = 90$$

Gesuchte Kostenfunktion:

$$\mathbf{K(x) = x^3 - 16x^2 + 90x}$$

Das Betriebsminimum ist das Minimum der variablen Stückkostenfunktion $k_v(x)$:

$$k_v(x) = x^2 - 16x + 90$$

$$k_v'(x) = 2x - 16 \quad | +16$$

$$2x = 16 \quad | :2$$

$$x = 8 \text{ ME}$$

$$k''(x) = 2 > 0 \rightarrow \text{Minimum}$$

$$k(8) = 8^2 - 16 * 8 + 90 = 26$$

Betriebsoptimum und Betriebsminimum liegen bei 8 ME und 26 GE.

