

## Steckbriefaufgaben Aufgabe 25

Der Graph einer ganzrationalen Funktion 3. Grades geht durch den Nullpunkt, hat einen Wendepunkt bei  $(1|-2)$ , und die Wendetangente schneidet die x-Achse in  $(2|0)$ . Wie lautet seine Funktionsgleichung?

Allgemeine Form einer ganzrationalen Funktion 3. Grades:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$f''(x) = 6ax + 2b$$

4 Bedingungen:

1. Geht durch den Nullpunkt bedeutet:

$$f(0) = 0 \rightarrow a \cdot 0^3 + b \cdot 0^2 + c \cdot 0 + d = 0 \rightarrow d = 0$$

2. Hat einen Wendepunkt bei  $(1|-2)$  bedeutet zum einen: ( $d = 0$  eingesetzt):

$$f(1) = -2 \rightarrow a \cdot 1^3 + b \cdot 1^2 + c \cdot 1 = -2 \rightarrow a + b + c = -2 \quad \text{I}$$

3. Hat einen Wendepunkt bei  $(1|-2)$  bedeutet zum anderen:

$$f''(1) = 0 \rightarrow 6a \cdot 1^2 + 2b = 0 \rightarrow 6a + 2b = 0 \quad \text{II}$$

4. Die Wendetangente schneidet die x-Achse in  $(2|0)$  bedeutet:

Steigung der Wendetangente = Steigung einer Geraden:

Sie geht durch die Punkte:  $(1|-2)$  und  $(2|0)$

$$\begin{array}{cc} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{array}$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - (-2)}{2 - 1} = \frac{2}{1} = 2$$

Steigung der Wendetangente = erste Ableitung im Wendepunkt

$$f'(1) = 2 \rightarrow 3a \cdot 1^2 + 2b \cdot 1 + c = 2 \rightarrow 3a + 2b + c = 2 \quad \text{III}$$

$$\text{I} \cdot (-1) + \text{III}$$

$$\begin{array}{r}
 -a - b - c = 2 \\
 3a + 2b + c = 2 \\
 \hline
 2a + b = 4
 \end{array}
 \quad \text{IV}$$

$$\text{IV} * (-3) + \text{II}$$

$$\begin{array}{r}
 -6a - 3b = -12 \\
 6a + 2b = 0 \\
 \hline
 -b = -12 \quad | :(-1)
 \end{array}$$

$$b = 12$$

$b = 12$  in IV eingesetzt.

$$2a + 12 = 4 \quad | -12$$

$$2a = -8 \quad | :2$$

$$a = -4$$

$a = -4$  und  $b = 12$  in I eingesetzt.

$$-4 + 12 + c = -2$$

$$8 + c = -2 \quad | -8$$

$$c = -10$$

Gesuchte Funktionsgleichung:

$$\mathbf{f(x) = -4x^3 + 12x^2 - 10x}$$

