

Steckbriefaufgaben Aufgabe 31

Der Graph einer ganzrationalen Funktion 3. Grades geht durch den Nullpunkt, hat bei (1|1) ein Maximum und einen Wendepunkt bei (3|f(3)). Wie lautet seine Funktionsgleichung?

Allgemeine Form einer ganzrationalen Funktion 3. Grades:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$f''(x) = 6ax + 2b$$

4 Bedingungen:

1. Geht durch den Nullpunkt bedeutet:

$$f(0) = 0 \rightarrow a \cdot 0^3 + b \cdot 0^2 + c \cdot 0 + d = 0 \rightarrow d = 0$$

2. Hat bei (1|1) ein Maximum bedeutet zum einen:(d = 0 eingesetzt):

$$f(1) = 1 \rightarrow a \cdot 1^3 + b \cdot 1^2 + c \cdot 1 = 1 \rightarrow a + b + c = 1 \quad \text{I}$$

3. Hat bei (1|1) ein Maximum bedeutet zum anderen:

$$f'(1) = 0 \rightarrow 3a \cdot 1^2 + 2b \cdot 1 + c = 0 \rightarrow 3a + 2b + c = 0 \quad \text{II}$$

4. Hat einen Wendepunkt bei (3|f(3)) bedeutet:

$$f''(3) = 0 \rightarrow 6a \cdot 3 + 2b = 0 \rightarrow 18a + 2b = 0 \quad \text{III}$$

$$\text{I} \cdot (-1) + \text{II}$$

$$\begin{array}{r} -a - b - c = -1 \\ \underline{3a + 2b + c = 0} \\ 2a + b = -1 \end{array} \quad \text{IV}$$

$$\text{IV} \cdot (-2) + \text{III}$$

$$\begin{array}{r} -4a - 2b = 2 \\ \underline{18a + 2b = 0} \\ 14a = 2 \quad | :14 \end{array}$$

$$a = \frac{2}{14} = \frac{1}{7}$$

a = 1/7 in III eingesetzt:

$$18 * \frac{1}{7} + 2b = 0$$

$$\frac{18}{7} + 2b = 0 \quad | *7$$

$$18 + 14b = 0 \quad | - 18$$

$$14b = - 18 \quad | :14$$

$$b = - \frac{18}{14} = - \frac{9}{7}$$

a = 1/7 und b = - 9/7 in I eingesetzt:

$$\frac{1}{7} - \frac{9}{7} + c = 1 \quad | *7$$

$$1 - 9 + 7c = - 7$$

$$- 8 + 7c = - 7 \quad | +8$$

$$7c = 15 \quad | :7$$

$$c = \frac{15}{7}$$

Gesuchte Funktionsgleichung:

$$\mathbf{f(x) = (1/7)x^3 - (9/7)x^2 + (15/7)x}$$

