

## Steckbriefaufgaben Aufgabe 35

Der Graph einer ganzrationalen Funktion 3. Grades geht durch den Nullpunkt, hat bei  $x = 2$  eine waagerechte Tangente, bei  $x = 4$  einen Wendepunkt und dort eine Steigung von  $-4$ . Wie lautet seine Funktionsgleichung?

Allgemeine Form einer Funktion 3. Grades:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$f''(x) = 6ax + 2b$$

4 Bedingungen:

1. Geht durch den Nullpunkt bedeutet:

$$f(0) = 0 \rightarrow a \cdot 0^3 + b \cdot 0^2 + c \cdot 0 + d = 0 \rightarrow d = 0$$

2. Hat bei  $x = 2$  eine waagerechte Tangente bedeutet:

$$f'(2) = 0 \rightarrow 3a \cdot 2^2 + 2b \cdot 2 + c = 0 \rightarrow 12a + 4b + c = 0 \quad \text{I}$$

3. Hat bei  $x = 4$  einen Wendepunkt bedeutet:

$$f''(4) = 0 \rightarrow 6a \cdot 4 + 2b = 0 \rightarrow 24a + 2b = 0 \quad \text{II}$$

4. und dort eine Steigung von  $-4$  bedeutet:

$$f'(4) = -4 \rightarrow 3a \cdot 4^2 + 2b \cdot 4 + c \rightarrow 48a + 8b + c = -4 \quad \text{III}$$

$$\text{I} \cdot (-1) + \text{III}$$

$$\begin{array}{r} -12a - 4b - c = 0 \\ \underline{48a + 8b + c = -4} \\ 36a + 4b = -4 \quad \text{IV} \end{array}$$

$$\text{II} \cdot (-2) + \text{IV}$$

$$\begin{array}{r} -48a - 4b = 0 \\ \underline{36a + 4b = -4} \\ -12a = -4 \quad | :(-12) \end{array}$$

$$a = \frac{-4}{-12} = \frac{1}{3}$$

$a = 1/3$  in 4 eingesetzt:

$$36 * 1/3 + 4b = -4$$

$$12 + 4b = -4 \quad | -12$$

$$4b = -16 \quad | :4$$

$$b = -4$$

$a = 1/3$  und  $b = -4$  in I eingesetzt:

$$12 * 1/3 + 4 * (-4) + c = 0$$

$$4 - 16 + c = 0$$

$$-12 + c = 0 \quad | +12$$

$$c = 12$$

Gesuchte Funktionsgleichung:

$$f(x) = (1/3)x^3 - 4x^2 + 12x$$

