

Steckbriefaufgaben Aufgabe 47

Der Graph einer ganzrationalen Funktion 3. Grades schneidet die x-Achse bei -1, hat dort die x-Achse als Tangente und einen Tiefpunkt bei (0|-1). Wie lautet seine Funktionsgleichung?

Allgemeine Form einer ganzrationalen Funktion 3. Grades:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$f''(x) = 6ax + 2b$$

4 Bedingungen:

1. Schneidet die x-Achse bei -1 bedeutet:

$$f(-1) = 0 \rightarrow a \cdot (-1)^3 + b \cdot (-1)^2 + c \cdot (-1) + d = 0 \rightarrow$$

$$-a + b - c + d = 0 \quad \text{I}$$

2. Hat dort die x-Achse als Tangente bedeutet, berührt die x-Achse:

$$f'(-1) = 0 \rightarrow 3a \cdot (-1)^2 + 2b \cdot (-1) + c = 0 \rightarrow 3a - 2b + c = 0 \quad \text{II}$$

3. Hat einen Tiefpunkt bei (0|-1) bedeutet zum einen:

$$f(0) = -1 \rightarrow a \cdot 0^3 + b \cdot 0^2 + c \cdot 0 + d = -1 \rightarrow d = -1$$

4. Hat einen Tiefpunkt bei (0|-1) bedeutet zum anderen:

$$f'(0) = 0 \rightarrow 3a \cdot 0^2 + 2b \cdot 0 + c = 0 \rightarrow c = 0$$

I * 2 + II (d = -1 und c = 0 eingesetzt)

$$\begin{array}{r} -2a + 2b - 2 = 0 \\ \underline{3a - 2b = 0} \\ a - 2 = 0 \quad | +2 \end{array}$$

$$a = 2$$

a = 2 und c = 0 in II eingesetzt:

$$3 \cdot 2 - 2b = 0$$

$$6 - 2b = 0 \quad | +2b$$

$$6 = 2b \quad | :2$$

$$b = 3$$

Gesuchte Funktionsgleichung:

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$$

