

Steckbriefaufgaben Aufgabe 51

Der Graph einer ganzrationalen Funktion 3. Grades geht durch die Punkte (0|1), (1|0), (-1|4) und (2|-5). Wie lautet seine Funktionsgleichung?

Allgemeine Form einer ganzrationalen Funktion 3. Grades:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$f''(x) = 6ax + 2b$$

4 Bedingungen:

1. Geht durch den Punkt (0|1) bedeutet:

$$f(0) = 1 \rightarrow a \cdot 0^3 + b \cdot 0^2 + c \cdot 0 + d = 1 \rightarrow d = 1$$

2. Geht durch den Punkt (1|0) bedeutet (d = 1 eingesetzt):

$$f(1) = 0 \rightarrow a \cdot 1^3 + b \cdot 1^2 + c \cdot 1 + 1 = 0 \rightarrow$$

$$a + b + c + 1 = 0 \quad | -1 \rightarrow a + b + c = -1 \quad \text{I}$$

3. Geht durch den Punkt (-1|4) bedeutet (d = 1 eingesetzt):

$$f(-1) = 4 \rightarrow a \cdot (-1)^3 + b \cdot (-1)^2 + c \cdot (-1) + 1 = 4 \rightarrow$$

$$-a + b - c + 1 = 4 \quad | -1 \rightarrow -a + b - c = 3 \quad \text{II}$$

4. Geht durch den Punkt (2|-5) bedeutet (d = 1 eingesetzt):

$$f(2) = -5 \rightarrow a \cdot 2^3 + b \cdot 2^2 + c \cdot 2 + 1 = -5 \rightarrow$$

$$8a + 4b + 2c + 1 = -5 \quad | -1 \rightarrow 8a + 4b + 2c = -6 \quad \text{III}$$

I * II

$$\begin{array}{r} a + b + c = -1 \\ -a + b - c = 3 \\ \hline 2b = 2 \quad | :2 \end{array}$$

$$b = 1$$

II * 2 + III (b = 1 eingesetzt)

$$\begin{array}{r} -2a + 2 - 2c = 6 \\ 8a + 4 + 2c = -6 \\ \hline 6a + 6 = 0 \quad | \quad -6 \end{array}$$

$$6a = -6 \quad | \quad :6$$

$$a = -1$$

$a = -1$ und $b = 1$ und $d = 1$ in I eingesetzt:

$$-1 + 1 + c + 1 = 0$$

$$c + 1 = 0 \quad | \quad -1$$

$$c = -1$$

Gesuchte Funktionsgleichung:

$$\mathbf{f(x) = -x^3 + x^2 - x + 1}$$

