Steckbriefaufgaben Aufgabe 53

Alle Graphen einer ganzrationalen Funktion 3. Grades gehen durch die Punkte (1|0), (0|2), (-2|2). Wie lautet die Funktionsgleichung dieser Kurvenschar?

Allgemeine Form einer ganzrationalen Funktion 3. Grades:

$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

$f''(x) = 6ax + 2b$

3 Bedingungen, 4 für eine eindeutige Lösung nötig --> Kurvenschar:

1. Geht durch den Punkt (1|0) bedeutet:

$f(1) = 0$ --> $a * 1^3 + b * 1^2 + c * 1 + d = 0$ -->

$a + b + c + d = 0$ I

2. Geht durch den Punkt (0|2) bedeutet:

$f(0) = 2$ --> $a * 0^3 + b * 0^2 + c * 0 + d = 2$ --> $d = 2$

3. Geht durch den Punkt (-2|2) bedeutet (d = 2 eingesetzt):

$f(-2) = 2$ --> $a * (-2)^3 + b * (-2)^2 + c * (-2) + 2 = 2$ -->

$- 8a + 4b - 2c + 2 = 2 \mid -2$ --> $- 8a + 4b - 2c = 0$ II

I * 2 (d = 2 eingesetzt) + II

$$\begin{array}{l} 2a + 2b + 2c + 4 = 0 \\ \underline{- 8a + 4b - 2c \quad = 0} \\ \quad - 6a + 6b + 4 = 0 \mid -4 \end{array}$$

$- 6a + 6b = - 4 \mid +6a$

$6b = 6a - 4 \mid :6$

$b = a - 2/3$

$b = a - 2/3$ und $d = 2$ in I eingesetzt:

$a + (a - 2/3) + c + 2 = 0$

$$2a - 2/3 + c + 6/3 = 0$$

$$2a + 4/3 + c = 0 \quad | -4/3$$

$$2a + c = -4/3 \quad | -2a$$

$$c = -2a - 4/3$$

$$c = -(2a + 4/3)$$

Gesuchte Funktionsgleichung:

$$\mathbf{f(x) = ax^3 + (a - 2/3)x^2 - (2a + 4/3)x + 2}$$

Darstellung für 4 verschiedene a.

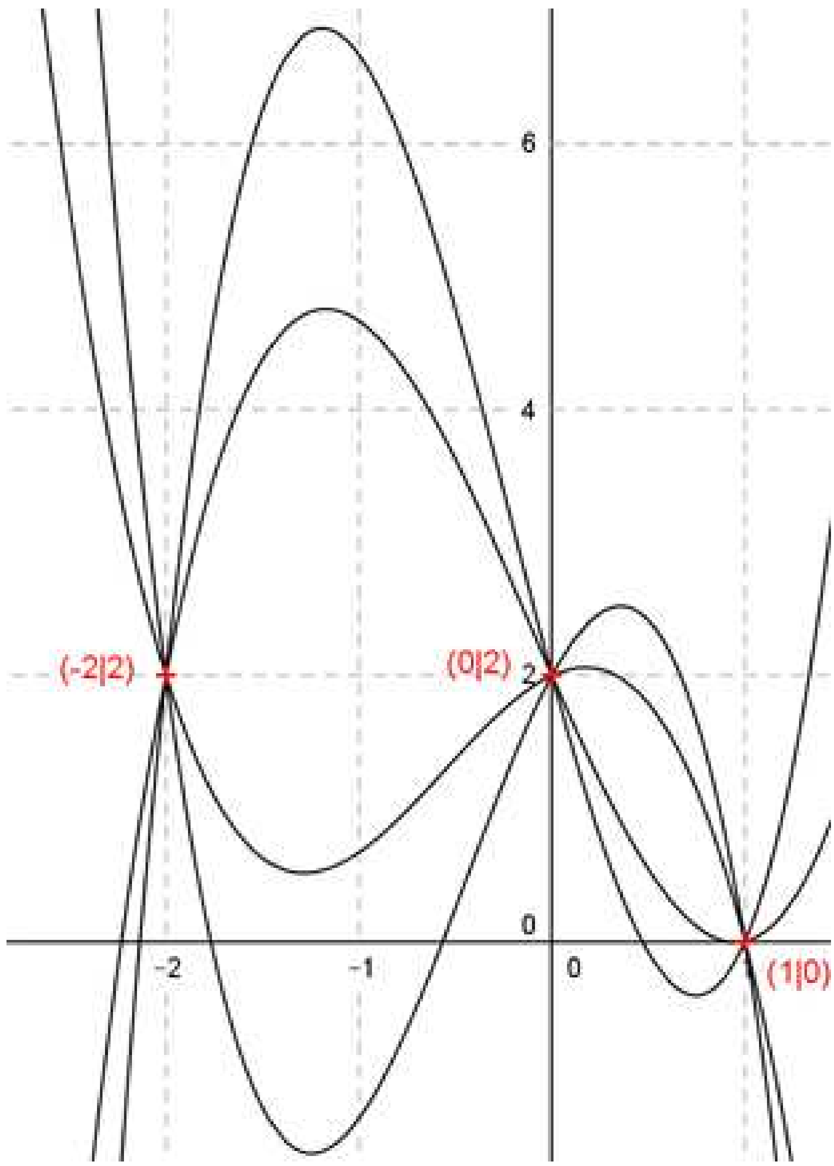
Von oben nach unten:

$a_1 = 2$

$a_2 = 1$

$a_3 = -1$

$a_4 = -2$


6
4
2
0
-2
-1
0
(-2|2)
(0|2)
(1|0)