

Steckbriefaufgaben Aufgabe 57

Der Graph einer ganzrationalen Funktion 3. Grades hat im Punkt (1|4) einen Extremwert und im Punkt (0|2) einen Wendepunkt. Wie lautet seine Funktionsgleichung?

Allgemeine Form einer ganzrationalen Funktion 3. Grades:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$f''(x) = 6ax + 2b$$

4 Bedingungen:

1. Hat im Punkt (1|4) einen Extremwert bedeutet zum einen:

$$f(1) = 4 \rightarrow a \cdot 1^3 + b \cdot 1^2 + c \cdot 1 + d = 4 \rightarrow a + b + c + d = 4 \quad \text{I}$$

2. Hat im Punkt (1|4) einen Extremwert bedeutet zum anderen:

$$f'(1) = 0 \rightarrow 3a \cdot 1^2 + 2b \cdot 1 + c = 0 \rightarrow 3a + 2b + c = 0 \quad \text{II}$$

3. Hat im Punkt (0|2) einen Wendepunkt bedeutet zum einen:

$$f(0) = 2 \rightarrow a \cdot 0^3 + b \cdot 0^2 + c \cdot 0 + d = 2 \rightarrow d = 2$$

4. Hat im Punkt (0|2) einen Wendepunkt bedeutet zum anderen:

$$f''(0) = 0 \rightarrow 6a \cdot 0 + 2b = 0 \rightarrow 2b = 0 \quad | :2 \rightarrow b = 0$$

I * (-1) + II (b = 0 und d = 2 eingesetzt)

$$\begin{array}{r} -a - c - 2 = -4 \\ \underline{3a + c = 0} \\ 2a - 2 = -4 \quad | +2 \end{array}$$

$$2a = -2 \quad | :2$$

$$a = -1$$

a = -1 und b = 0 in II eingesetzt:

$$3 \cdot (-1) + c = 0$$

$$-3 + c = 0 \quad | +3$$

$$c = 3$$

Gesuchte Funktionsgleichung:

$$f(x) = -x^3 + 3x + 2$$

