

Steckbriefaufgaben Aufgabe 63

Der Graph einer ganzrationalen Funktion 3. Grades berührt im Koordinatenursprung die x-Achse und hat einen Hochpunkt bei (2|2). Wo liegen seine Nullstellen?

Allgemeine Form einer ganzrationalen Funktion 3. Grades:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$f''(x) = 6ax + 2b$$

4 Bedingungen:

1. Berührt im Koordinatenursprung die x-Achse bedeutet zum einen:

$$f(0) = 0 \rightarrow a \cdot 0^3 + b \cdot 0^2 + c \cdot 0 + d = 0 \rightarrow d = 0$$

2. Berührt im Koordinatenursprung die x-Achse bedeutet zum anderen:

$$f'(0) = 0 \rightarrow 3a \cdot 0^2 + 2b \cdot 0 + c = 0 \rightarrow c = 0$$

3. Hat einen Hochpunkt bei (2|2) bedeutet zum einen ($c = 0$ und $d = 0$ eingesetzt):

$$f(2) = 2 \rightarrow a \cdot 2^3 + b \cdot 2^2 = 0 \rightarrow 8a + 4b = 2 \quad \text{I}$$

4. Hat einen Hochpunkt bei (2|2) bedeutet zum anderen ($c = 0$ eingesetzt):

$$f'(2) = 0 \rightarrow 3a \cdot 2^2 + 2b \cdot 2 = 0 \rightarrow 12a + 4b = 0 \quad \text{II}$$

$$\text{I} \cdot (-1) + \text{II}$$

$$-8a - 4b = -2$$

$$\underline{12a + 4b = 0}$$

$$4a = -2 \quad | :4$$

$$a = -0,5$$

$a = -0,5$ in II eingesetzt:

$$12 \cdot (-0,5) + 4b = 0$$

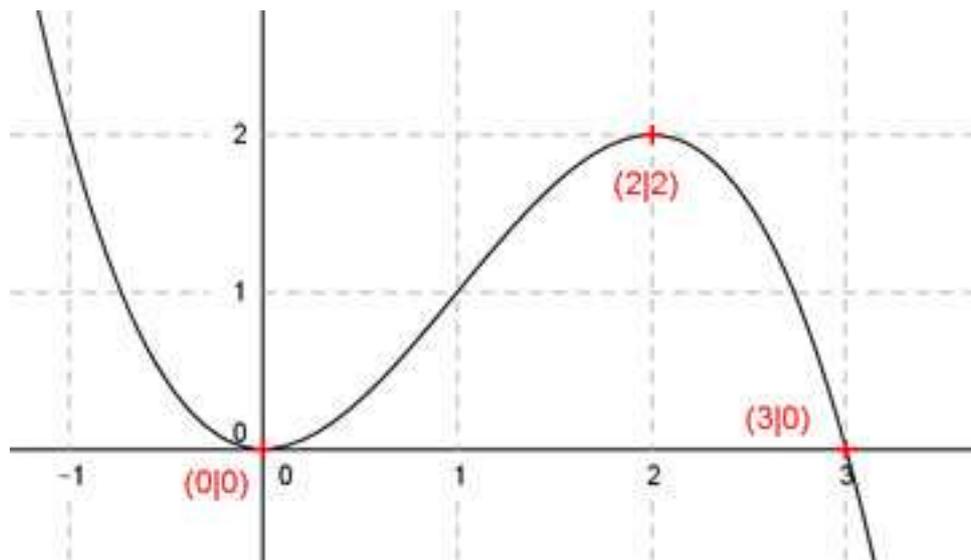
$$-6 + 4b = 0 \quad | +6$$

$$4b = 6 \mid :4$$

$$b = 1,5$$

Gesuchte Funktionsgleichung:

$$f(x) = -0,5x^3 + 1,5x^2$$



Berechnung der Nullstellen:

$$\text{Es gilt: } f(x) = 0$$

$$-0,5x^3 + 1,5x^2 = 0$$

$$-0,5x^2 * (x - 3) = 0$$

Ein Produkt aus 2 Faktoren ist dann gleich 0, wenn einer der Faktoren gleich Null ist.

1. Faktor:

$$-0,5x^2 = 0 \mid :(-0,5)$$

$$x_{1,2} = 0$$

2. Faktor:

$$x - 3 = 0 \mid +3$$

$$x_3 = 3$$

Die Nullstellen liegen bei:

$N_{1,2} = (0|0)$ Berührungspunkt

und

$N_3 = (3|0)$