

Steckbriefaufgaben Aufgabe 67

Der Graph einer ganzrationalen Funktion 3. Grades schneidet die x-Achse an der Stelle $x = -3$, hat dort eine Tangente, die parallel zur Geraden $y = -12,5x + 1$ verläuft und an den Stellen $x = -4/3$ und $x = 2$ Extremstellen. Wie lautet seine Funktionsgleichung?

Allgemeine Form einer ganzrationalen Funktion 3. Grades:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$f''(x) = 6ax + 2b$$

4 Bedingungen:

1. Schneidet die x-Achse an der Stelle $x = -3$ bedeutet:

$$f(-3) = 0 \rightarrow a \cdot (-3)^3 + b \cdot (-3)^2 + c \cdot (-3) + d = 0 \rightarrow$$

$$-27a + 9b - 3c + d = 0 \quad \text{I}$$

2. Hat dort eine Tangente, die parallel zur Geraden $y = -12,5x + 1$ verläuft bedeutet, (Steigung = -12,5):

$$f'(-3) = -12,5 \rightarrow 3a \cdot (-3)^2 + 2b \cdot (-3) + c = -12,5 \rightarrow$$

$$27a - 6b + c = -12,5 \quad \text{II}$$

3. Hat an der Stelle $x = -4/3$ eine Extremstelle bedeutet:

$$f'(-4/3) = 0 \rightarrow 3a \cdot (-4/3)^2 + 2b \cdot (-4/3) + c = 0 \rightarrow$$

$$(16/3)a - (8/3)b + c = 0 \quad | \cdot 3$$

$$16a - 8b + 3c = 0 \quad \text{III}$$

4. Hat an der Stelle $x = 2$ eine Extremstelle bedeutet:

$$f'(2) = 0 \rightarrow 3a \cdot 2^2 + 2b \cdot 2 + c = 0 \rightarrow$$

$$12a + 4b + c = 0 = 0 \quad \text{IV}$$

$$\text{II} \cdot (-3) + \text{III}$$

$$\begin{array}{r}
 - 81a + 18b - 3c = 37,5 \\
 \underline{16a - 8b + 3c = 0} \\
 - 65a + 10b = 37,5 \quad \text{V}
 \end{array}$$

$$\text{IV} * (-3) + \text{III}$$

$$\begin{array}{r}
 - 36a - 12b - 3c = 0 \\
 \underline{16a - 8b + 3c = 0} \\
 - 20a - 20b = 0 \quad \text{VI}
 \end{array}$$

$$\text{V} * 2 + \text{VI}$$

$$\begin{array}{r}
 - 130a + 20b = 75 \\
 \underline{- 20a - 20b = 0} \\
 - 150a = 75 \quad | :(-150)
 \end{array}$$

$$a = - 0,5$$

$a = - 0,5$ in V eingesetzt:

$$- 65 * (-0,5) + 10b = 37,5$$

$$32,5 + 10b = 37,5 \quad | -32,5$$

$$10b = 5 \quad | :10$$

$$b = 0,5$$

$a = - 0,5$ und $b = 0,5$ in III eingesetzt.

$$16 * (-0,5) - 8 * 0,5 + 3c = 0$$

$$- 8 - 4 + 3c = 0$$

$$- 12 + 3c = 0 \quad | +12$$

$$3c = 12 \quad | :3$$

$$c = 4$$

$a = - 0,5$ und $b = 0,5$ und $c = 4$ in I eingesetzt:

$$- 27a + 9b - 3c + d = 0 \quad \text{I}$$

$$- 27 * (-0,5) + 9 * 0,5 - 3 * 4 + d = 0$$

$$13,5 + 4,5 - 12 + d = 0$$

$$6 + d = 0 \quad | -6$$

$$d = -6$$

Gesuchte Funktionsgleichung:

$$f(x) = -0,5x^3 + 0,5x^2 + 3x - 6$$

