Steckbriefaufgaben Aufgabe 7

Alle Graphen einer ganzrationalen Funktion 2. Grades gehen durch die Punkte A((2|0) und B((4|0) und haben an der Stelle $x = 3$ ein Maximum. Wie lautet die Funktionsgleichung dieser Kurvenschar?

Allgemeine Form einer ganzrationalen Funktion 2. Grades:

$f(x) = ax^2 + bx + c$

$f'(x) = 2ax + b$

$f''(x) = 2a$

3 Bedingungen nötig - nur 2 Bedingungen gegeben --> keine eindeutige Funktionsgleichung --> es gibt eine Kurven- oder Graphenschar

1. Geht durch den Punkt (2|0) bedeutet:

$f(2) = 0 \dashrightarrow a * 2^2 + b * 2 + c = 0 \dashrightarrow 4a + 2b + c = 0$ I

2. Geht durch den Punkt (2|0) bedeutet:

$f(4) = 0 \dashrightarrow a * 4^2 + b * 4 + c = 0 \dashrightarrow 16a + 4b + c = 0$ II

3. Haben an der Stelle $x = 3$ ein Maximum bedeutet:

die Parabel ist nach unten geöffnet, und a muss negativ sein.

$f'(3) = 0 \dashrightarrow 2a * (3) + b = 0 \dashrightarrow 6a + b = 0$ III

I * (-1) + II

$$\begin{array}{l} -4a - 2b - c = 0 \\ \underline{16a + 4b + c = 0} \\ \quad 12a + 2b = 0 \end{array}$$ iV

III * (-2) + IV

$$\begin{array}{l} -12a - 2b = 0 \\ \underline{12a + 2b = 0} \\ \qquad\quad 0 = 0 \end{array}$$

--> Lineare Abhängigkeit zwischen III und IV.

$12a + 2b = 0 \mid -12a$

$2b = -12a \mid : 2$

$b = -6a$

$b = -6a$ in I eingesetzt:

$4a - 2 * (-6a) + c = 0$

$4a - 12a + c = 0$

$-8a + c = 0 \mid +8a$

$c = 8a$

Gesuchte Funktionsgleichung:

$f(x) = ax^2 - 6ax + 8a \qquad a < 0$

Darstellung für 4 verschiedene a.

Vom Scheitelpunkt aus von oben nach unten:

$a_1 = -3$

$a_2 = -2$

$a_3 = -1$

$a_4 = -0{,}5$