

## Steckbriefaufgaben Aufgabe 77

Der Graph einer ganzrationalen Funktion 3. Grades hat bei (2|1) einen Wendepunkt und im Punkt (-1|0) die Steigung 2. Wie lautet seine Funktionsgleichung?

Allgemeine Form einer ganzrationalen Funktion 3. Grades:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$f''(x) = 6ax + 2b$$

4 Bedingungen:

1. Hat bei (2|1) einen Wendepunkt bedeutet zum einen:

$$f(2) = 1 \rightarrow a \cdot 2^3 + b \cdot 2^2 + c \cdot 2 + d = 1 \rightarrow$$

$$8a + 4b + 2c + d = 1 \quad \text{I}$$

2. Hat bei (2|1) einen Wendepunkt bedeutet zum anderen:

$$f''(2) = 0 \rightarrow 6a \cdot 2 + 2b = 0 \rightarrow 12a + 2b = 0 \quad \text{II}$$

3. Hat im Punkt (-1|0) die Steigung 2 bedeutet zum einen:

$$f(-1) = 0 \rightarrow a \cdot (-1)^3 + b \cdot (-1)^2 + c \cdot (-1) + d = 0 \rightarrow$$

$$-a + b - c + d = 0 \quad \text{III}$$

4. Hat im Punkt (-1|0) die Steigung 2 bedeutet zum anderen:

$$f'(-1) = 2 \rightarrow 3a \cdot (-1)^2 + 2b \cdot (-1) + c = 2 \rightarrow 3a - 2b + c = 2 \quad \text{IV}$$

$$\text{I} + \text{III} \cdot (-1)$$

$$8a + 4b + 2c + d = 1$$

$$\underline{a - b + c - d = 0}$$

$$9a + 3b + 3c = 1 \quad \text{V}$$

$$\text{IV} \cdot (-3) + \text{V}$$

$$-9a + 6b - 3c = -6$$

$$\underline{9a + 3b + 3c = 1}$$

$$9b = -5 \quad | :9$$

$$b = -5/9$$

b = -5/9 in II eingesetzt:

$$12a + 2 * (-5/9) = 0$$

$$12a - 10/9 = 0 \quad | +10/9$$

$$12a = 10/9 \quad | :12$$

$$a = \frac{10}{9 * 12} = 5/54$$

a = 5/54 und b = -5/9 in IV eingesetzt:

$$3 * 5/54 - 2 * (-5/9) + c = 2$$

$$5/18 + 10/9 + c = 2$$

$$5/18 + 20/18 + c = 2$$

$$25/18 + c = 2 \quad | -25/18$$

$$c = 36/18 - 25/18 = 11/18$$

a = 5/54 und b = -5/9 und c = 11/18 in III eingesetzt:

$$-5/54 - 5/9 - 11/18 + d = 0$$

$$-5/54 - 30/54 - 33/54 + d = 0$$

$$-68/54 + d = 0 \quad | +68/54$$

$$d = 68/54 = 34/27$$

Gesuchte Funktionsgleichung:

$$\mathbf{f(x) = (5/54)x^3 - (5/9)x^2 + (11/18)x + 34/27}$$

