

Steckbriefaufgaben Aufgabe 89

Der Graph einer achsensymmetrischen ganzrationalen Funktion 4. Grades hat im Wendepunkt (3|31,5) die Steigung - 18. Wie lautet seine Funktionsgleichung?

Allgemeine Form einer achsensymmetrischen ganzrationalen Funktion 4. Grades:

$$f(x) = ax^4 + cx^2 + e$$

$$f'(x) = 4ax^3 + 2cx$$

$$f''(x) = 12ax^2 + 2c$$

3 Bedingungen:

1. Hat einen Wendepunkt im Punkt (3|31,5) bedeutet zum einen:

$$f(3) = 31,5 \rightarrow a \cdot 3^4 + c \cdot 3^2 + e = 31,5 \rightarrow 81a + 9c + e = 31,5 \quad \text{I}$$

2. Hat einen Wendepunkt im Punkt (3|31,5) bedeutet zum anderen:

$$f''(3) = 0 \rightarrow 12a \cdot 3^2 + 2c = 0 \rightarrow 108a + 2c = 0 \quad \text{II}$$

3. Hat einen Wendepunkt im Punkt (3|31,5) mit der Steigung - 18 bedeutet:

$$f'(3) = -18 \rightarrow 4a \cdot 3^3 + 2c \cdot 3 = -18 \rightarrow 108a + 6c = -18 \quad \text{III}$$

$$\text{II} \cdot (-1) + \text{III}$$

$$-108a - 2c = 0$$

$$\underline{108a + 6c = -18}$$

$$4c = -18 \quad | :4$$

$$c = -4,5$$

$c = -4,5$ in II eingesetzt:

$$108a + 2 \cdot (-4,5) = 0$$

$$108a - 9 = 0 \quad | +9$$

$$108a = 9 \quad | :108$$

$$a = \frac{9}{108} = \frac{1}{12}$$

$a = 1/12$ und $c = -4,5$ in I eingesetzt:

$$81 * (1/12) + 9 * (-4,5) + e = 31,5$$

$$6,75 - 40,5 + e = 31,5$$

$$-33,75 + e = 31,5 \quad | +33,75$$

$$e = 65,25$$

Gesuchte Funktionsgleichung:

$$f(x) = (1/12)x^4 - 4,5x^2 + 65,25$$

