

Steckbriefaufgaben Aufgabe 91

Der Graph einer achsensymmetrischen ganzrationalen Funktion 4. Grades hat im Punkt $(2|0)$ die Steigung 2 und bei $x = -1$ einen Wendepunkt. Wie lautet seine Funktionsgleichung?

Allgemeine Form einer achsensymmetrischen ganzrationalen Funktion 4. Grades:

$$f(x) = ax^4 + cx^2 + e$$

$$f'(x) = 4ax^3 + 2cx$$

$$f''(x) = 12ax^2 + 2c$$

3 Bedingungen:

1. Hat im Punkt $(2|0)$ die Steigung 2 bedeutet zum einen:

$$f(2) = 0 \rightarrow a \cdot 2^4 + c \cdot 2^2 + e = 0 \rightarrow 16a + 4c + e = 0 \quad \text{I}$$

2. Hat im Punkt $(2|0)$ die Steigung 2 bedeutet zum anderen:

$$f'(2) = 2 \rightarrow 4a \cdot 2^3 + 2c \cdot 2 = 2 \rightarrow 32a + 4c = 2 \quad \text{II}$$

3. Hat bei $x = -1$ einen Wendepunkt bedeutet:

$$f''(-1) = 0 \rightarrow 12a \cdot (-1)^2 + 2c = 0 \rightarrow 12a + 2c = 0 \quad \text{III}$$

$$\text{III} \cdot (-2) + \text{II}$$

$$-24a - 4c = 0$$

$$\underline{32a + 4c = 2}$$

$$8a = 2 \quad | :8$$

$$a = \frac{2}{8} = 0,25$$

$a = 0,25$ in III eingesetzt:

$$12 \cdot 0,25 + 2c = 0$$

$$3 + 2c = 0 \quad | -3$$

$$2c = -3 \quad | :2$$

$$c = -1,5$$

$a = 0,25$ und $c = -1,5$ in I eingesetzt:

$$16 * 0,25 + 4 * (-1,5) + e = 0$$

$$4 - 6 + e = 0$$

$$-2 + e = 0 \quad | +2$$

$$e = 2$$

Gesuchte Funktionsgleichung:

$$\mathbf{f(x) = 0,25x^4 - 1,5x^2 + 2}$$

