

Steckbriefaufgaben Aufgabe 93

Der Graph einer achsensymmetrischen ganzrationalen Funktion 4. Grades geht durch den Koordinatenursprung und schneidet die x-Achse an der Stelle $x = 3$ mit der Steigung -48 . Wie lautet seine Funktionsgleichung?

Allgemeine Form einer achsensymmetrischen ganzrationalen Funktion 4. Grades:

$$f(x) = ax^4 + cx^2 + e$$

$$f'(x) = 4ax^3 + 2cx$$

$$f''(x) = 12ax^2 + 2c$$

3 Bedingungen:

1. Geht durch den Koordinatenursprung bedeutet:

$$f(0) = 0 \rightarrow a \cdot 0^4 + c \cdot 0^2 + e = 0 \rightarrow e = 0$$

2. Schneidet die x-Achse an der Stelle $x = 3$ bedeutet: ($e = 0$ eingesetzt)

$$f(3) = 0 \rightarrow a \cdot 3^4 + c \cdot 3^2 = 0 \rightarrow 81a + 9c = 0 \quad \text{I}$$

3. Schneidet die x-Achse an der Stelle $x = 3$ mit der Steigung -48 bedeutet:

$$f'(3) = -48 \rightarrow 4a \cdot 3^3 + 2c \cdot 3 = -48 \rightarrow 108a + 6c = -48 \quad \text{II}$$

$$\text{I} \cdot (-6) + \text{II} \cdot 9$$

$$-486a - 54c = 0$$

$$\underline{972a + 54c = -432}$$

$$486a = -432 \quad | :486$$

$$a = -\frac{432}{486} = -\frac{48}{54} = -\frac{8}{9}$$

$a = -8/9$ in I eingesetzt:

$$81 \cdot (-8/9) + 9c = 0$$

$$-72 + 9c = 0 \quad | +72$$

$$9c = 72 \quad | :9$$

$$c = 8$$

Gesuchte Funktionsgleichung:

$$f(x) = -\left(\frac{8}{9}\right)x^4 + 8x^2$$

