# Steckbriefaufgaben Aufgabe 99

Der Graph einer achsensymmetrischen ganzrationalen Funktion 4. Grades hat Wendepunkte, die jeweils eine Einheit von der y-Achse und 1,5 Einheiten von der x-Achse entfernt liegen und ein relatives Maximum im Punkt (0|4). Wie lautet seine Funktionsgleichung?

Allgemeine Form einer achsensymmetrischen ganzrationalen Funktion 4. Grades:

$f(x) = ax^4 + cx^2 + e$

$f'(x) = 4ax^3 + 2cx$

$f''(x) = 12ax^2 + 2c$

Hat Wendepunkte eine Einheit von der y-Achse und 1,5 Einheiten von der x-Achse bedeutet:

Die Wendepunkte können oberhalb oder unterhalb der x-Achse symmetrisch zur y-Achse liegen:

1. Fall oberhalb. $W_1$ (- 1|1,5), $W_2$ (1|1,5)

2. Fall unterhalb: $W_3$ (- 1| - 1,5), $W_4$ (1| - 1,5)

4 Bedingungen 1. Fall: (eine mehr als nötig)

1. Wendepunkt (1|1,5) bedeutet zum einen:

$f(1) = 1,5 \text{ --> } a * 1^4 + c * 1^2 + e = 1,5 \text{ --> } a + c + e = 1,5$ I

2. Wendepunkt (1|1,5) bedeutet zum anderen:

$f''(1) = 0 \text{ --> } 12a * 1^2 + 2c = 0 \text{ --> } 12a + 2c = 0$ II

3. Hat im Punkt (0|4) ein relatives Maximum bedeutet zum einen:

$f(0) = 4 \text{ --> } a * 0^4 + c * 0^2 + e = 4 \text{ --> } e = 4$

4. Hat im Punkt (0|4) ein relatives Maximum bedeutet zum anderen:

$f'(0) = 0 \text{ --> } 4a * 0^3 + 2c * 0 = 0$ liefert kein Ergebnis

I * (-2) (e = 4 eingesetzt) + II

$$\begin{array}{l} -2a - 2c - 8 = -3 \\ \underline{12a + 2c \quad = 0} \\ \quad 10a - 8 = -3 \mid +8 \end{array}$$

$10a = 5 \mid :10$

$a = 0,5$

$a = 0,5$ in II eingesetzt.

$12 * 0,5 + 2c = 0$

$6 + 2c = 0 \mid -3$

$2c = -6 \mid :2$

$c = -3$

Gesuchte Funktionsgleichung:

$\mathbf{f_1(x) = 0,5x^4 - 3x^2 + 4}$

4 Bedingungen 2. Fall: (eine mehr als nötig)

1. Wendepunkt (1|- 1,5) bedeutet zum einen:

$f(1) = -1,5 \rightarrow a * 1^4 + c * 1^2 + e = 1,5 \rightarrow a + c + e = -1,5$ I

2. Wendepunkt (1|- 1,5) bedeutet zum anderen:

$f''(1) = 0 \rightarrow 12a * 1^2 + 2c = 0 \rightarrow 12a + 2c = 0$ II

3. Hat im Punkt (0|4) ein relatives Maximum bedeutet zum einen:

$f(0) = 4 \rightarrow a * 0^4 + c * 0^2 + e = 4 \rightarrow e = 4$

4. Hat im Punkt (0|4) ein relatives Maximum bedeutet zum anderen:

$f'(0) = 0 \rightarrow 4a * 0^3 + 2c * 0 = 0$ liefert kein Ergebnis

I * (-2) (e = 4 eingesetzt) + II

$$\begin{array}{l} -2a - 2c - 8 = 3 \\ \underline{12a + 2c \quad = 0} \\ \quad 10a - 8 = 3 \mid +8 \end{array}$$

$10a = 11 \mid :10$

$$a = 1{,}1$$

$a = 1{,}1$ in II eingesetzt.

$$12 * 1{,}1 + 2c = 0$$

$$13{,}2 + 2c = 0 \mid -13{,}2$$

$$2c = -13{,}2 \mid :2$$

$$c = -6{,}6$$

Gesuchte Funktionsgleichung:

$$\mathbf{f_2(x) = 1{,}1x^4 - 6{,}6x^2 + 4}$$