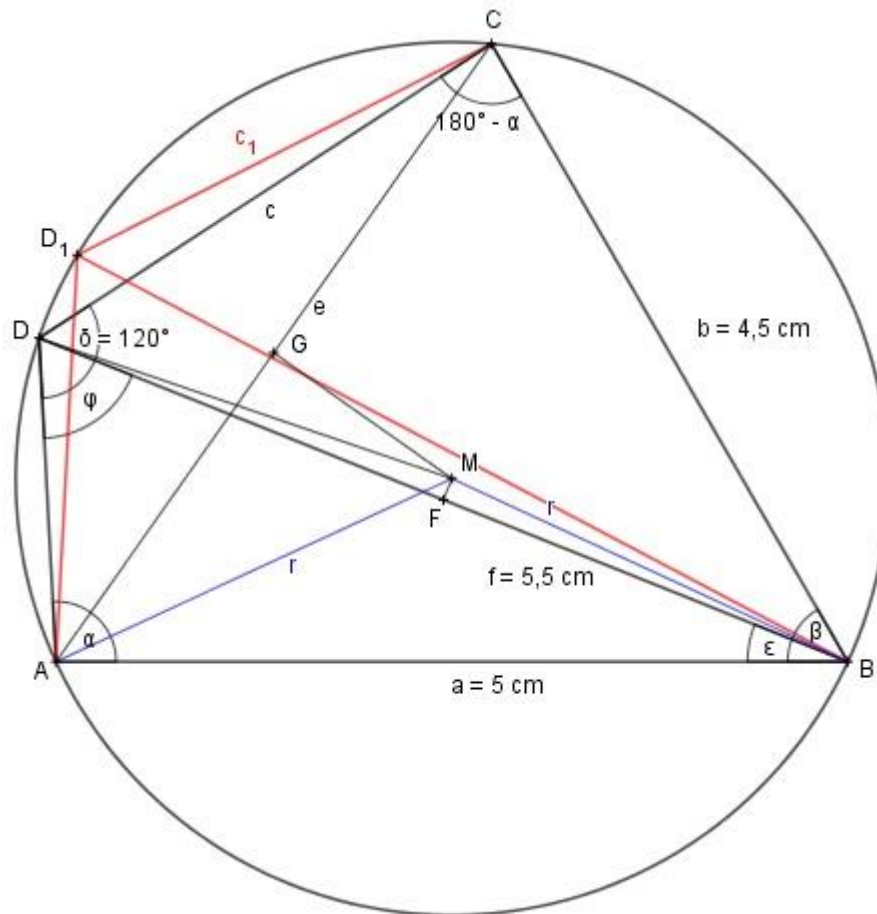


Trigonometrie Aufgabe 155

Wie groß ist die Seite c des Sehnenvierecks?



Satz am Sehnenviereck:

Die Summe der gegenüberliegenden Winkel ergibt 180° .

$$\beta = 180^\circ - \delta = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

Im Dreieck ABC:

Fall SWS:

Cosinussatz:

$$e^2 = a^2 + b^2 - 2 * a * b * \cos \beta$$

$$e^2 = 5^2 + 4,5^2 - 2 * 5 * 4,5 * \cos 60^\circ$$

$$e^2 = 5^2 + 4,5^2 - 2 * 5 * 4,5 * 0,5 = 22,75$$

$$e^2 = 22,75 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$e = 4,77 \text{ m}$$

Der Umfangswinkel über der Sehne AC ist $\beta = 60^\circ$.

Satz: Der Mittelpunktswinkel AMC über der Sehne AC ist doppelt so groß wie der Umfangswinkel β .

MG steht senkrecht auf AC und halbiert AC.

Im rechtwinkligen Dreieck AMG gilt:

Der Winkel AMG ist der halbe Mittelpunktswinkel = Umfangswinkel β .

$$\sin \beta = \frac{e/2}{r} \quad | \cdot r$$

$$r \cdot \sin \beta = e/2 \quad | : \sin 60^\circ$$

$$r = \frac{e/2}{\sin \beta^\circ} = \frac{4,77/2 \text{ cm}}{\sin 60^\circ} = \frac{4,77/2 \text{ cm}}{0,866} = 2,754 \text{ cm}$$

f ist größer als a, und r ist etwas größer als f, damit muss es 2 Lösungen für a geben. Dabei liegt der Schnittpunkt der Diagonalen f mit dem Umkreis mal über mal unter dem Mittelpunkt M des Umkreises.

MF steht senkrecht auf DB und halbiert DB.

Im rechtwinkligen Dreieck BFM gilt:

Der Winkel BMF ist der halbe Mittelpunktswinkel =

Umfangswinkel $180^\circ - \alpha$.

$$\sin (180^\circ - \alpha) = \frac{f/2}{r} = \frac{5,5/2 \text{ cm}}{2,754 \text{ cm}} = 0,9985 \rightarrow 180^\circ - \alpha = 86,9^\circ \rightarrow$$

$$\alpha = 180^\circ - 86,9^\circ = 93,1^\circ$$

$$\sin \alpha = \sin (180^\circ - \alpha) = \sin 93,1^\circ = \sin 86,9^\circ = 0,9985$$

Im Dreieck DAB gilt:

Fall SSW:

Sinussatz:

$$\frac{f}{\sin \alpha} = \frac{a}{\sin \varphi} \quad | \cdot \sin \varphi$$

$$\frac{f \cdot \sin \varphi}{\sin \alpha} = a \quad | \cdot \sin \alpha$$

$$f \cdot \sin \varphi = a \cdot \sin \alpha \quad | :f$$

$$\sin \varphi = \frac{a \cdot \sin \alpha}{f} = \frac{5 \text{ cm} \cdot 0,9985}{5,5 \text{ cm}} = 0,9077 \rightarrow \varphi = 65,2^\circ$$

$$\varepsilon = \alpha - \varphi = 86,9^\circ - 65,2^\circ = 21,7^\circ$$

$$\sphericalangle AD_1B = 180^\circ - \alpha - \varphi = 180^\circ - 86,9^\circ - 65,2^\circ = 27,9^\circ$$

$$\sphericalangle DBC - \varepsilon = 60^\circ - 21,7^\circ = 38,3^\circ$$

$$\sphericalangle BD_1C = 60^\circ - \varepsilon_2 = 60^\circ - 27,9^\circ = 32,1^\circ$$

Im Dreieck DBC gilt:

Fall SSW:

Sinussatz:

$$\frac{c}{\sin 32,1^\circ} = \frac{f}{\sin 86,9^\circ} \quad | \cdot \sin 32,1^\circ$$

$$c = \frac{f \cdot \sin 32,1^\circ}{\sin 86,9^\circ} = \frac{5,5 \text{ cm} \cdot \sin 32,1^\circ}{0,9985} = \frac{5,5 \text{ cm} \cdot 0,5314}{0,9985} = \mathbf{2,9 \text{ cm}}$$

Im Dreieck D₁BC gilt:

Fall SSW:

Sinussatz:

$$\frac{c_1}{\sin 38,3^\circ} = \frac{f}{\sin 93,1^\circ} \quad | \cdot \sin 38,3^\circ$$

$$c = \frac{f * \sin 38,3^\circ}{\sin 93,1^\circ} = \frac{5,5 \text{ cm} * \sin 38,3^\circ}{0,9985} = \frac{5,5 \text{ cm} * 0,6198}{0,9985} = \mathbf{3,4 \text{ cm}}$$