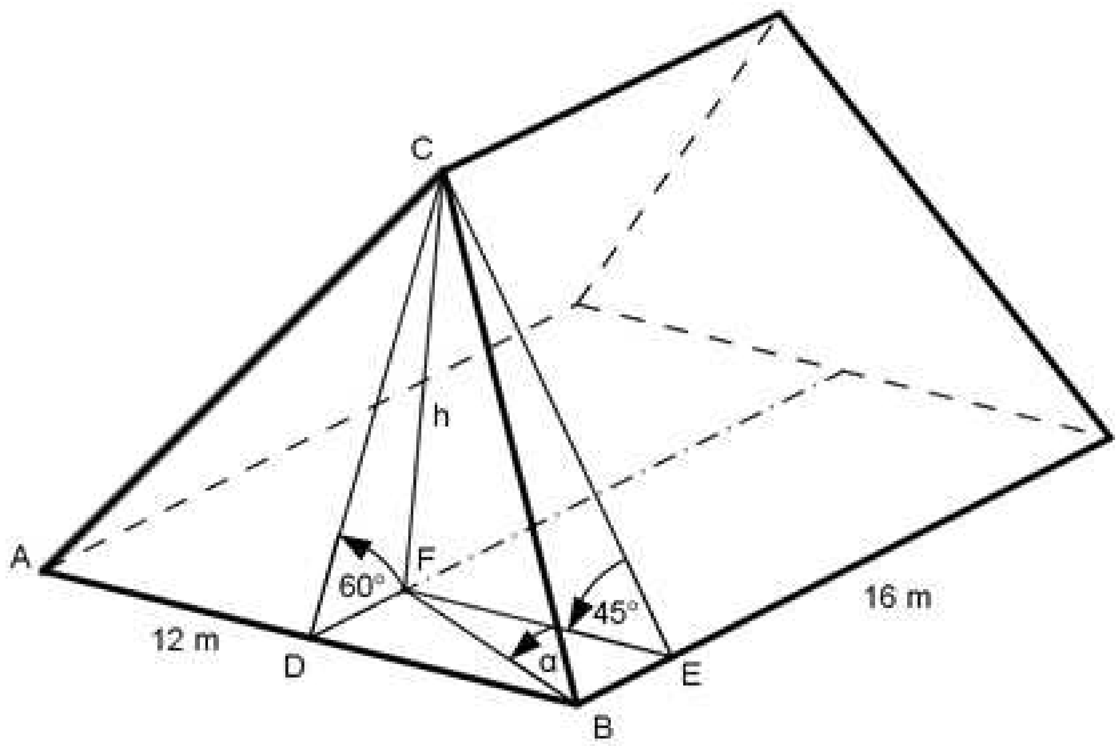
Trigonometrie Aufgabe 193

Ein rechteckiges Walmdach hat eine Länge von 16 m und eine Breite von 12 m. Die dreieckige Dachfläche hat eine Neigung von 60°, die trapezförmige eine von 45°. Wie groß sind der Neigungswinkel α der schrägen Dachkanten und der Winkel β zwischen zwei aneinander stoßenden Dachflächen?



FE = 12 m/2 = 6 m

Im Dreieck CFE:

$$\tan 45° = \frac{h}{FE} \quad | \cdot FE$$

h = FE * tan 45° = 6 m * 1 = 6 m

Im Dreieck DFC:

$$\tan 60° = \frac{h}{DF} \quad | \cdot DF$$

DF * tan 60° = h | :tan 60°

$$DF = \frac{h}{\tan 60°} = \frac{6\ m}{1,7321} = 3,5\ m$$

$$\sin 60° = \frac{h}{DC} \quad | \ {*DC}$$

$DC * \sin 60° = h \ | \ :\sin 60°$

$$DC = \frac{h}{\sin 60°} = \frac{6\ m}{0,866} = 6,9\ m$$

Im Dreieck CDB: (rechter Winkel bei D)

Satz von Pythagoras:

$BD = 12\ m/2 = 6\ m$

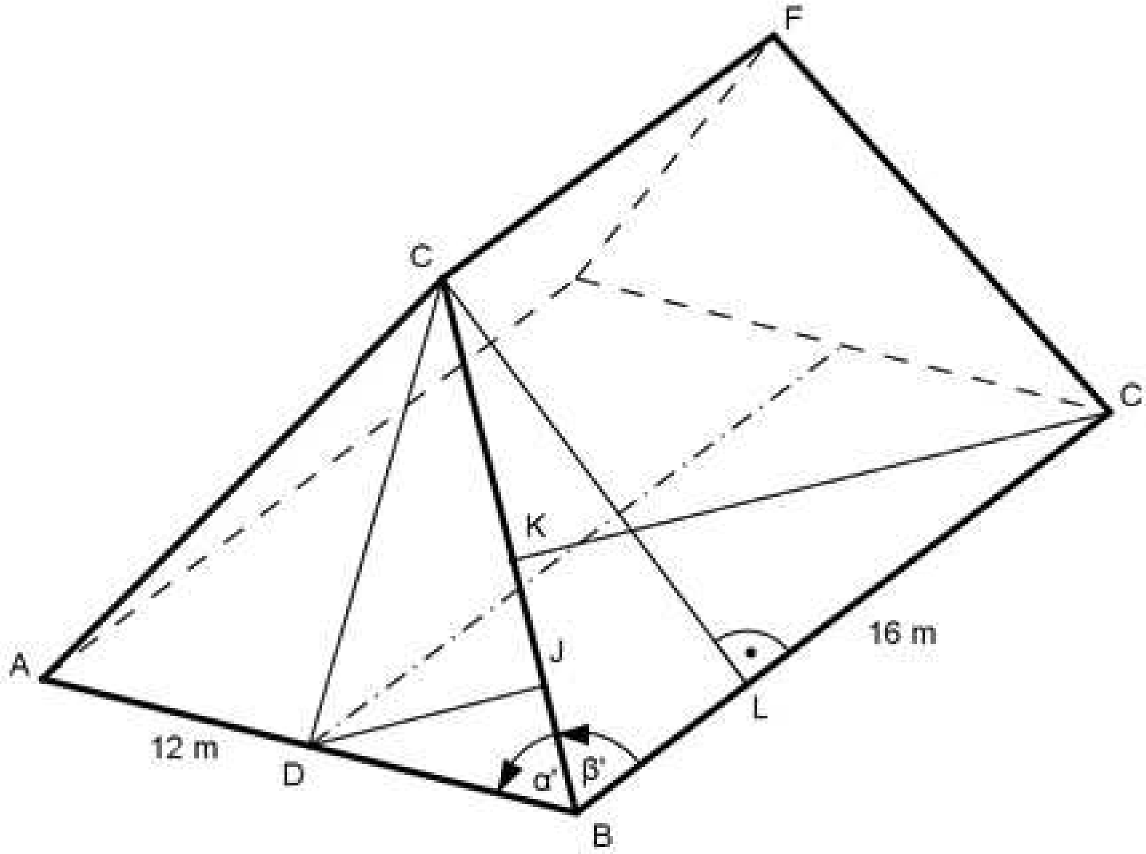
$BC^2 = BD^2 + DC^2$

$BC^2 = 6^2\ m^2 + 6,9^2\ m^2 = 83,6\ m^2 \ |\sqrt{}$

$BC = 9,1\ m$

Im Dreieck FBC: (rechter Winkel bei F)

$$\sin \alpha = \frac{h}{BC} = \frac{6\ m}{9,1\ m} = 0,6593 \text{ --> } \boldsymbol{\alpha = 41,2°}$$



Im Dreieck DBC:

$$\cos \alpha' = \frac{DB}{BC} = \frac{6\ m}{9{,}1\ m} = 0{,}6593 \dashrightarrow \alpha' = 48{,}8°$$

Im Dreieck DBJ: (rechter Winkel bei J)

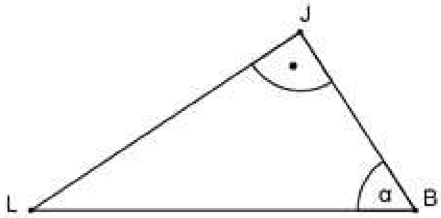
$$\sin \alpha' = \frac{DJ}{DB} \quad | \ {*DB}$$

DJ = DB * sin α' = 6 m * sin 48,8° = 6 m * 0,788 = 4,7 m

$$\cos \alpha' = \frac{BJ}{DB} \quad | \ {*DB}$$

BJ = DB * cos α' = 6 m * cos 48,8° = 6 m * 0,6587 = 3,95 m

Schnitt durch BC:

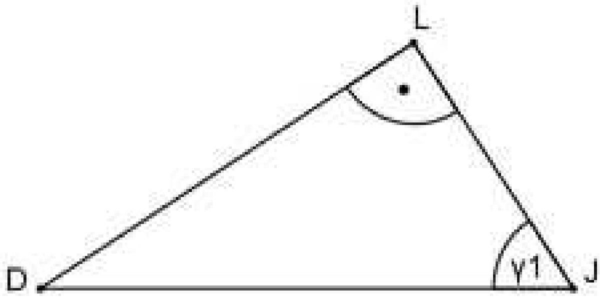


$$\tan \alpha = \frac{LJ}{BJ} \quad | \; {*}BJ$$

$LJ = BJ * \tan \alpha = 3{,}95 \text{ m} * \tan 41{,}2° = 3{,}95 \text{ m} * 0{,}8693 = 3{,}4 \text{ m}$

Schnitt durch J senkrecht zu BC:

γ_1 ist der Winkel, den der Sparren BC mit der Dreiecksfläche bildet:



$$\cos \gamma_1 = \frac{LJ}{DJ} = \frac{3{,}4 \text{ m}}{4{,}7 \text{ m}} = 0{,}7234 \dashrightarrow \gamma_1 = 43{,}7°$$

Ähnliche Rechnung für die Trapezfläche:

Im Dreieck BLC:

BL = BE = DF = 3,5 m

$$\cos \beta' = \frac{BL}{BC} = \frac{3{,}5 \text{ m}}{9{,}1 \text{ m}} = 0{,}3846 \dashrightarrow \beta' = 67{,}4°$$

Im Dreieck BCK:

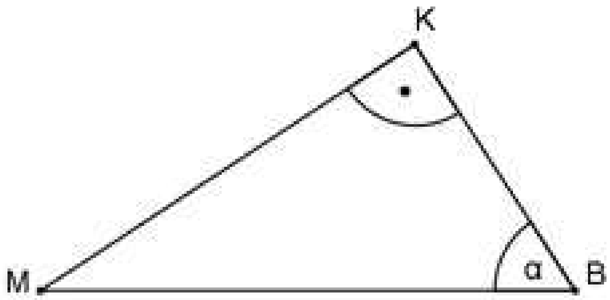
$$\sin \beta' = \frac{CK}{16 \text{ m}} \quad | \; {*}16 \text{ m}$$

$CK = 16\ m * \sin \beta' = 16\ m * \sin 67{,}4° = 16\ m * 0{,}9232 = 14{,}8\ m$

$$\cos \beta' = \frac{BK}{16\ m} \quad | *16\ m$$

$BK = 16\ m * \cos \beta' = 16\ m * \cos 67{,}4° = 16\ m * 0{,}3843 = 6{,}1\ m$

Schnitt durch BC:

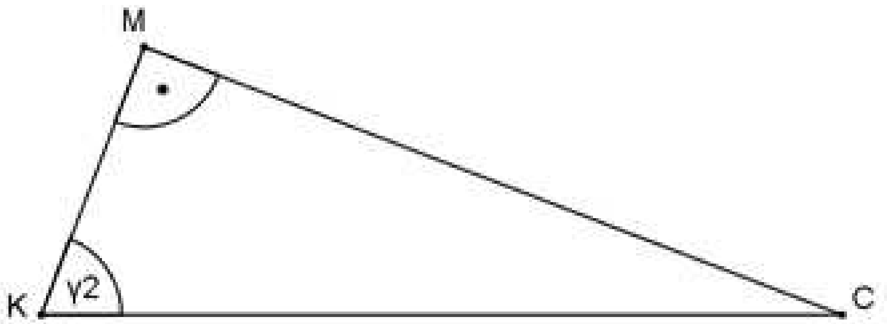


$$\tan \alpha = \frac{KM}{KB} \quad | *KB$$

$KM = KB * \tan \alpha = 6{,}1\ m * \tan 41{,}2° = 6{,}1\ m * 0{,}8693 = 5{,}3\ m$

Schnitt durch J senkrecht zu BC:

γ_2 ist der Winkel, den der Sparren BC mit der Trapezfläche bildet:



$$\cos \gamma_2 = \frac{KM}{KC} = \frac{5{,}3\ m}{14{,}8\ m} = 0{,}3786 \dashrightarrow \gamma_2 = 67{,}8°$$

Die beiden Dachflächen bilden den Winkel β:

$\beta =$ $\gamma_1 + \gamma_2 = 43{,}7° + 67{,}8° =$ **$111{,}5°$**