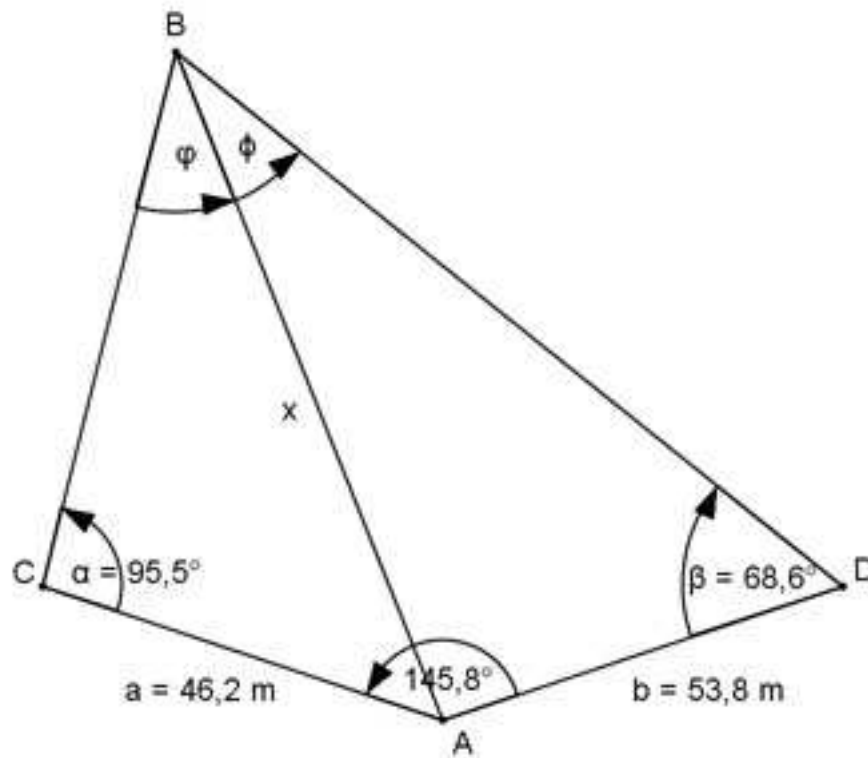


Trigonometrie Aufgabe 201

Für die Projektierung einer Brücke über einen Fluss braucht man den Abstand zwischen den markanten Punkten A und B. Um ihn zu ermitteln, legt man an einem Ufer wegen Sichtbehinderungen 2 Standlinien AC und AD mit $AC = 46,2 \text{ m}$, $AD = 53,8 \text{ m}$ und dem eingeschlossenen Winkel $CAD = 145,8^\circ$ fest. Weiterhin werden die Winkel $BCA = 95,5^\circ$ und $ADB = 68,6^\circ$ gemessen. Wie groß ist AB?



Im Dreieck BCA:

Sinussatz:

$$\frac{a}{\sin \varphi} = \frac{x}{\sin \alpha} \quad | \cdot \sin \alpha$$

$$x = \frac{a \cdot \sin \alpha}{\sin \varphi}$$

Im Dreieck ADB:

Sinussatz:

$$\frac{b}{\sin \psi} = \frac{x}{\sin \beta} \quad | \cdot \sin \beta$$

$$x = \frac{b \cdot \sin \beta}{\sin \psi}$$

$$\frac{a \cdot \sin \alpha}{\sin \varphi} = \frac{b \cdot \sin \beta}{\sin \psi} \quad | \cdot \sin \varphi$$

$$a \cdot \sin \alpha = \frac{b \cdot \sin \beta \cdot \sin \varphi}{\sin \psi} \quad | : \sin \beta$$

$$\frac{a \cdot \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{b \cdot \sin \varphi}{\sin \psi} \quad | : b$$

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = \frac{a \cdot \sin \alpha}{b \cdot \sin \beta} = k$$

$$k = \frac{46,2 \text{ m} \cdot \sin 95,5^\circ}{53,8 \text{ m} \cdot \sin 68,6^\circ} = \frac{46,2 \text{ m} \cdot 0,9954}{53,8 \text{ m} \cdot 0,9311} = 0,918$$

Ab hier ähnliche Rechnung wie bei Aufgabe 200.

$$\varphi + \psi = 360^\circ - 145,8^\circ - 95,5^\circ - 68,6^\circ = 50,1^\circ$$

$$\tan \frac{\varphi - \psi}{2} = \frac{0,918 - 1}{0,918 + 1} \cdot \tan \frac{50,1^\circ}{2} = \frac{0,918 - 1}{0,918 + 1} \cdot 0,4674$$

$$\tan \frac{\varphi - \psi}{2} = -0,02 \rightarrow \frac{\varphi - \psi}{2} = -1,15^\circ \quad | \cdot 2$$

$$\varphi - \psi = -2,3^\circ$$

$$\varphi + \psi = 50,1^\circ$$

$$2\varphi = 47,8^\circ \quad | :2$$

$$\varphi = 23,9^\circ$$

$$\varphi + \psi = 50,1^\circ$$

$$23,9^\circ + \psi = 50,1^\circ \quad | -23,9^\circ$$

$$\psi = 26,2^\circ$$

$$x = \frac{a \cdot \sin \alpha}{\sin \varphi} = \frac{46,2 \text{ m} \cdot \sin 95,5^\circ}{\sin 23,9^\circ} = \frac{46,2 \text{ m} \cdot 0,9954}{0,4051} = \mathbf{113,5 \text{ m} = AB}$$