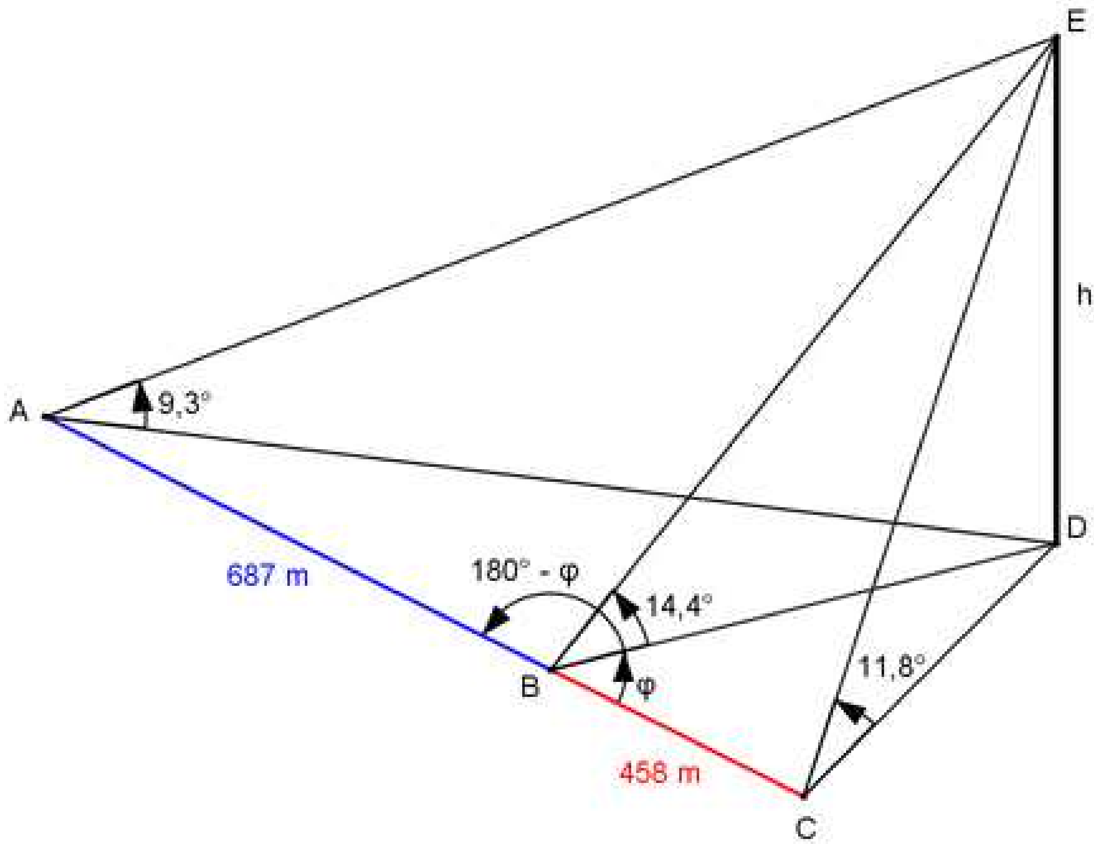
Trigonometrie Aufgabe 227

Um die Höhe h eines Berges zu bestimmen, peilt man sie von drei Punkten A, B und C einer geraden Straße aus unter den Winkeln α = 9,3°, β = 14,4° und γ = 11,8° an. A und B liegen 687 m und B und C 458 m auseinander. Wie groß ist h?



Im Dreieck CDE:

$$\tan 11{,}8° = \frac{h}{CD} \quad | \cdot CD$$

$$CD \cdot \tan 11{,}8° = h \quad | :\tan 11{,}8°$$

$$CD = \frac{h}{\tan 11{,}8°}$$

Im Dreieck BDE:

$$\tan 14{,}4° = \frac{h}{BD} \quad | \cdot BD$$

$$BD \cdot \tan 14{,}4° = h \mid :\tan 14{,}4°$$

$$BD = \frac{h}{\tan 14{,}4°}$$

Im Dreieck ADE:

$$\tan 9{,}3° = \frac{h}{AD} \mid \cdot AD$$

$$AD \cdot \tan 9{,}3° = h \mid :\tan 9{,}3°$$

$$AD = \frac{h}{\tan 9{,}3°}$$

$$\frac{CD}{BD} = \frac{\dfrac{h}{\tan 11.8°}}{\dfrac{h}{\tan 14{,}4°}}$$

$$\frac{CD}{BD} = \frac{\tan 14{,}4°}{\tan 11{,}8°} \mid \cdot BD$$

$$CD = \frac{0{,}2568}{0{,}2089} \cdot BD = 1{,}2293 \cdot BD$$

$$\frac{BD}{AD} = \frac{\dfrac{h}{\tan 14{,}4°}}{\dfrac{h}{\tan 9{,}3°}}$$

$$\frac{BD}{AD} = \frac{\tan 9{,}3°}{\tan 14{,}4°} \mid \cdot AD$$

$$BD = \frac{0,1638}{0,2568} * AD = 0,6379 * AD \mid :0,6379$$

$$AD = \frac{BD}{0,6379} = 1,5674 * BD$$

Im Dreieck ABD:

$\cos (180° - \varphi) = - \cos \varphi$

Cosinussatz:

$AD^2 = (687 \text{ m})^2 + BD^2 - 2 * 687 \text{ m} * BD * \cos (180° - \varphi)$

$(1,5674 * BD)^2 = 471\,969 \text{ m}^2 + BD^2 - 1\,374 * BD * (- \cos \varphi)$

$2,4567 * BD^2 = 471\,969 \text{ m}^2 + BD^2 + 1\,374 * BD * \cos \varphi \mid - 471\,969 \text{ m}^2$

$2,4567 * BD^2 - 471\,969 \text{ m}^2 = BD^2 + 1\,374 * BD * \cos \varphi \mid - BD^2$

$1,4567 * BD^2 - 471\,969 \text{ m}^2 = 1\,374 * BD * \cos \varphi \mid : 1\,374 * BD$

$$\cos \varphi = \frac{1,4567 * BD^2 - 471\,969 \text{ m}^2}{1\,374 * BD}$$

Im Dreieck BCD:

Cosinussatz:

$CD^2 = (458 \text{ m})^2 + BD^2 - 2 * 458 \text{ m} * BD * \cos \varphi$

$(1,2293 * BD)^2 = 209\,764 \text{ m}^2 + BD^2 - 916 * BD * \cos \varphi$

$1,5112 * BD^2 = 209\,764 \text{ m}^2 + BD^2 - 916 * BD * \cos \varphi \mid - 1,5112 * BD^2$

$0 = 209\,764 \text{ m}^2 - 0,5112 * BD^2 - 916 * BD * \cos \varphi \mid + 916 * BD * \cos \varphi$

$916 * BD * \cos = 209\,764 \text{ m}^2 - 0,5112 * BD^2 \mid : 916 * BD$

$$\cos \varphi = \frac{209\,764 \text{ m}^2 - 0,5112 * BD^2}{916 * BD}$$

Gleichgesetzt:

$$\frac{209\,764\ m^2 - 0{,}5112 * BD^2}{916 * BD} = \frac{1{,}4567 * BD^2 - 471\,969\ m^2}{1\,374 * BD} \quad | *916*BD$$

$$209\,764 - 0{,}5112 * BD^2 = \frac{(1{,}4567 * BD^2 - 471\,969\ m^2) * 916 * \cancel{BD}}{1\,374 * \cancel{BD}}$$

$$209\,764\ m^2 - 0{,}5112 * BD^2 = (1{,}4567 * BD^2 - 471\,969\ m^2) * 0{,}6667$$

$$209\,764 - 0{,}5112 * BD^2 = 0{,}9712 * BD^2 - 314\,661{,}7\ m^2 \quad | +0{,}5112 * BD^2$$

$$209\,764\ m^2 = 1{,}4824 * BD^2 - 314\,661{,}7\ m^2 \quad | -209\,764\ m^2$$

$$1{,}4824 * BD^2 = 524\,425{,}7\ m^2 \quad | :1{,}4824$$

$$BD^2 = 352\,768\ m^2 | \sqrt{}$$

$$BD = 593{,}9\ m$$

$$BD = \frac{h}{\tan 14{,}4°} \quad | * \tan 14{,}4°$$

h = BD * tan 14,4° = 593,9 m * 0,2568 = **152,5 m**