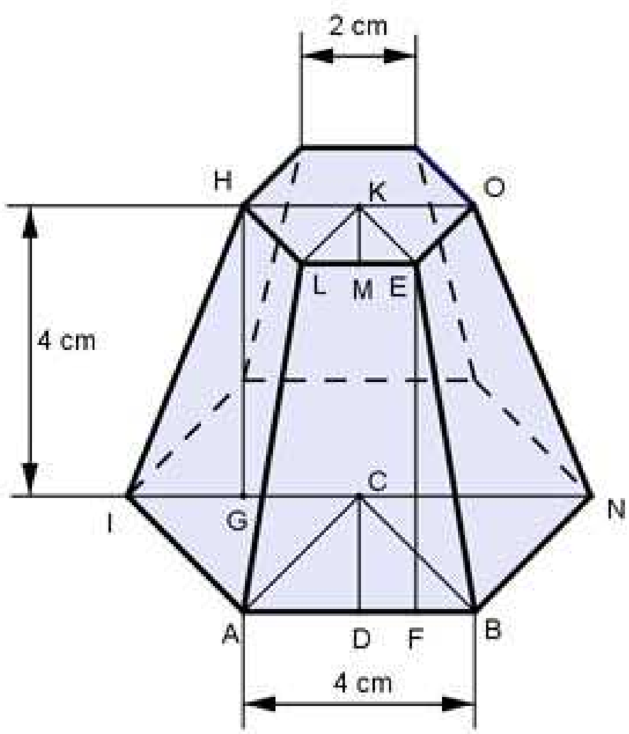
Volumenberechnungen Aufgabe 254

Wie groß sind das Volumen V und die Oberfläche O des Pyramidenstumpfes mit regelmäßigen Sechsecken als Grund- und Deckfläche?



Satz von Pythagoras im Dreieck ADC:

AC = 4 cm = AB

AD = 4 cm/2 = 2 cm

$AC^2 = AD^2 + DC^2$ | $- AD^2$

$DC^2 = AC^2 - AD^2 = 4^2\ cm^2 - 2^2\ cm^2 = 12\ cm^2$ |√

DC = 3,46 cm

$$G_1 = 6 * \frac{AB * DC}{2} = 6 * \frac{4\ cm * 3{,}46\ cm}{2} = 41{,}5\ cm^2$$

Satz von Pythagoras im Dreieck LMK:

LK = 2 cm = LE

LM = 2 cm/2 = 1 cm

$LK^2 = LM^2 + MK^2$ | $- LM^2$

$MK^2 = LK^2 - LM^2 = 2^2\ cm^2 - 1^2\ cm^2 = 3\ cm^2\ |\sqrt{}$

$MK = 1{,}73\ cm$

$$G_2 = 6 * \frac{LE * MK}{2} = 6 * \frac{2\ cm * 1{,}73\ cm}{2} = 10{,}4\ cm^2$$

Pyramidenstumpf:

$$V = \frac{GH}{3} * (G_1 + \sqrt{G_1 * G_2} + G_2)$$

$$V = \frac{4}{3} * (41{,}5^2 + \sqrt{41{,}5 * 10{,}4} + 10{,}4^2)\ cm^3$$

$$V = \frac{4}{3} * (41{,}5 + 20{,}8 + 10{,}4)\ cm^3$$

$V = 96{,}9\ cm^3$

$O = G_1 + G_2 + M$

Satz von Pythagoras im Dreieck IGH:

$IN = 2 * AB = 2 * 4\ cm = 8\ cm$

$HO = 2 * NE = 2 * 2\ cm = 4\ cm$

$$IG = \frac{IN - HO}{2} = \frac{8\ cm - 4\ cm}{2} = 2\ cm$$

$IH^2 = IG^2 + GH^2 = 2^2\ cm^2 + 4^2\ cm^2 = 20\ cm^2\ |\sqrt{}$

$IH = 4{,}47\ cm$

Satz von Pythagoras im Dreieck FBE:

$IH = BE$

$$FB = \frac{AB - LE}{2} = \frac{4\ cm - 2\ cm}{2} = 1\ cm$$

$BE^2 = FB^2 + FE^2 \mid - FB^2$

$FE^2 = BE^2 - FB^2 = 4{,}47^2\ cm^2 - 1^2\ cm^2 = 19\ cm^2 \mid \sqrt{}$

$FE = 4{,}36\ cm$

$$O = 41{,}5\ cm^2 + 10{,}4\ cm^2 + 6 * \frac{AB + LE}{2} * FE$$

$$O = 41{,}5\ cm^2 + 10{,}4\ cm^2 + 6 * \frac{4\ cm + 2\ cm}{2} * 4{,}36\ cm$$

O = $41{,}5\ cm^2 + 10{,}4\ cm^2 + 78{,}5\ cm^2 =$ **$130{,}4\ cm^2$**