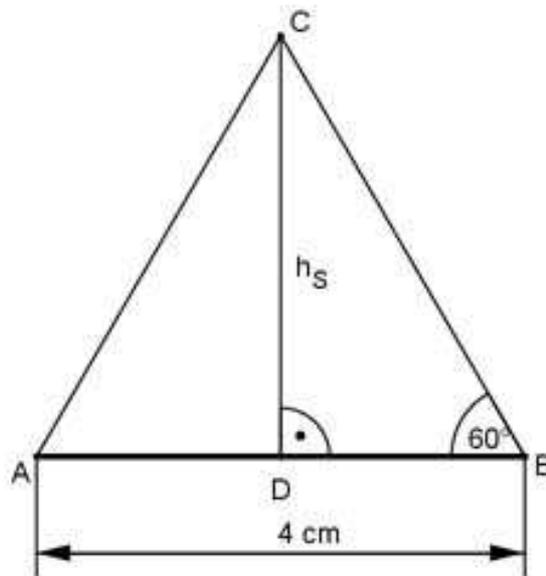


## Volumenberechnungen Aufgabe 278

Ein Kunststoffhalbzeug in der Form eines sechseckigen Pyramidenstumpfes mit der Grundkante  $a = 4 \text{ cm}$ , der Deckkante  $b = 3 \text{ cm}$  und der Höhe  $h = 5 \text{ cm}$  wird in einen gleich hohen Stumpf mit der Grundkante  $d = 5 \text{ cm}$  umgepresst. Welche Seitenlänge  $e$  hat die neue Deckkante?

Alle Winkel in dem gleichseitigen Teildreieck eines regelmäßigen Sechsecks gleich  $60^\circ$ .

Teildreieck der Grundfläche:



Im Dreieck DBC gilt:

$$DB = AB/2 = 4 \text{ cm}/2 = 2 \text{ cm}$$

$$\tan 60^\circ = \frac{h_s}{DB} \quad | \cdot DB$$

$$h_s = DB \cdot \tan 60^\circ = 2 \text{ cm} \cdot 1,732 = 3,464 \text{ cm}$$

Für die Deckfläche gilt entsprechend:

$$h_{s1} = 3 \text{ cm}/2 \cdot \tan 60^\circ = 2,6 \text{ cm}$$

Für Höhe  $h_{s\text{neu}}$  in der neuen Grundfläche gilt:

$$h_{s\text{neu}} = 2,5 \text{ cm} \cdot \tan 60^\circ = 4,33 \text{ cm}$$

Für die Höhe  $h_{s1\text{neu}}$  in der neuen Deckfläche gilt:

$$h_{S1neu} = e/2 \text{ cm} * \tan 60^\circ = e * 0,866 \text{ cm}$$

Grundfläche  $G_1$ :

$$G_1 = 6 * \frac{AB * DC}{2} = 6 * \frac{4 \text{ cm} * 3,464 \text{ cm}}{2} = 41,6 \text{ cm}^2$$

Deckfläche  $G_2$ :

$$G_2 = 6 * \frac{3 \text{ cm} * 2,165 \text{ cm}}{2} = 23,4 \text{ cm}^2$$

$$\text{Grundfläche } G_{1neu} = 6 * \frac{5 \text{ cm} * 4,33 \text{ cm}}{2} = 64,95 \text{ cm}^2$$

$$\text{Deckfläche } G_{2neu} = 6 * \frac{d \text{ cm} * d * 0,866 \text{ cm}}{2} = 2,6 * d^2 \text{ cm}^2$$

Ursprüngliches Pyramidenstumpfvolumen  $V_1$ :

$$V_1 = \frac{5}{3} * (G_1 + \sqrt{G_1 * G_2} + G_2) \text{ m}^3$$

$$V_1 = \frac{5}{3} * (41,6 + \sqrt{41,6 * 23,4} + 23,4) \text{ m}^3$$

$$V_1 = \frac{5}{3} * (41,6 + 31,2 + 23,4) \text{ m}^3 = 160,3 \text{ cm}^3$$

$$V_1 = V_2$$

$$V_2 = \frac{5}{3} * (64,95 + \sqrt{64,95 * 2,6 * d^2} + 2,6 * d^2) \text{ cm}^3$$

$$160,3 = \frac{5}{3} * (64,95 + 13 * d + 2,6 * d^2) \text{ cm}^3$$

$$160,3 = 108,25 + 21,7 * d + 4,33 * d^2 \quad | - 160,3$$

$$4,33 * d^2 + 21,7 * d - 52,05 = 0 \quad | :4,33$$

$$d^2 + 5 * d - 12 = 0$$

$$p = 5 ; q = - 12$$

$$d_{1,2} = \frac{- 5}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 - (-12)}$$

$$d_{1,2} = - 2,5 \pm \sqrt{6,25 + 12}$$

$$d_{1,2} = - 2,5 \pm \sqrt{18,25}$$

$$d_{1,2} = - 2,5 \pm 4,27$$

$$\mathbf{d_1 = - 2,5 + 4,27 = 1,77 \text{ cm}}$$

$$d_2 = - 2,5 - 4,77 = - 7,27 \text{ keine Lösung, negative Länge}$$