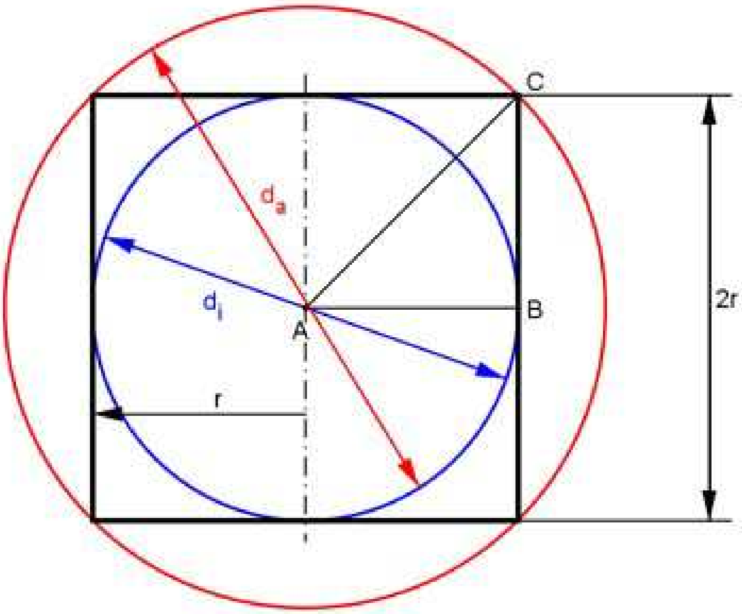
Volumenberechnungen Aufgabe 320

Einem Zylinder mit dem Radius r und der Höhe 2r ist eine Kugel ein- und eine umbeschrieben. In welchem Verhältnis stehen ihre Volumina und ihre Oberflächen zueinander?



Volumen:

Zylinder

$V_Z = \pi * r^2 * h = \pi * r^2 * 2 * r = 2 * \pi * r^3$

Innere Kugel:

$$V_i = \frac{4 * r^3 * \pi}{3}$$

Äußere Kugel:

Satz von Pythagoras im Dreieck ABC:

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

AB = AC = r

$AC^2 = r^2 + r^2 = 2 * r^2 | \sqrt{}$

$AC = r * \sqrt{2} = r_a$

$$V_a = \frac{4 * л * r_a^3}{3} = \frac{4 * л * (\sqrt{2} * r)^3}{3} = \frac{4 * л * 2 * \sqrt{2} * r^3}{3}$$

$$V_a = \frac{8 * л * \sqrt{2} * r^3}{3}$$

$$\frac{V_Z}{V_i} = \frac{2 * л * r^3}{\frac{4 * r^3 * л}{3}} = \frac{1}{\frac{2}{3}} \text{ oder } V_W : V_i = 1 : \frac{2}{3} = 1 : 0,67$$

$$\frac{V_Z}{V_a} = \frac{2 * л * r^3}{\frac{8 * л * \sqrt{2} * r^3}{3}} = \frac{1}{\frac{4 * \sqrt{2}}{3}} \text{ oder } V_Z : V_a = 1 : \frac{4 * \sqrt{2}}{3} = 1 : 1,886$$

$$\frac{V_i}{V_a} = \frac{\frac{4 * r^3 * л}{3}}{\frac{8 * л * \sqrt{2} * r^3}{3}} = \frac{1}{2 * \sqrt{2}} \text{ oder } V_i : V_a = 1 : (2 * \sqrt{2}) = 1 : 2,828$$

$V_Z : V_i : V_a = 1 : 0,67 : 1,886$

Oberfläche:

Zylinder:

$O_Z = 2 * л * r * h + 2 * л * r^2 = 2 * л * r * 2 * r + 2 * л * r^2$

$O_Z = 4 * л * r^2 + 2 * л * r^2 = 6 * л * r^2$

Innere Kugel:

$O_i = 4 * л * r^2$

Äu0ere Kugel:

$O_a = 4 * л * r_a^2 = 4 * л * (\sqrt{2} * r)^2 = 8 * л * r^2$

$$\frac{O_Z}{O_i} = \frac{6 * \text{л} * r^2}{4 * \text{л} * r^2} = \frac{1}{\frac{2}{3}} \quad \text{oder } O_Z : O_i = 1 : \frac{2}{3} = 1 : 0{,}67$$

$$\frac{O_Z}{O_a} = \frac{6 * \text{л} * r^2}{8 * \text{л} * r^2} = \frac{1}{\frac{4}{3}} \quad \text{oder } O_Z : O_a = 1 : \frac{4}{3} = 1 : 1{,}33$$

$$\frac{O_i}{O_a} = \frac{4 * \text{л} * r^2}{8 * \text{л} * r^2} = \frac{}{2} \quad \text{oder } O_i : O_a = 1 : 2$$

$O_Z : O_i : O_a = 1 : 0{,}67 : 1{,}33$