

Volumenberechnungen Aufgabe 330

In welchem Verhältnis stehen die Volumina dreier Kugeln, von denen die eine die Seitenflächen, die zweite die Seitenkanten eines Würfels berührt und die dritte dessen Eckpunkte umfasst?

Seitenlänge des Würfels = a

Berührung der Seitenfläche:

$$d = a$$

$$V_1 = \frac{a^3 * \pi}{6}$$

Berührung der Seitenkante:

d = Länge der Seitendiagonale

Satz von Pythagoras:

$$d^2 = a^2 + a^2 = 2 * a^2 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$d = a * \sqrt{2}$$

$$V_2 = \frac{(\sqrt{2} * a)^3 * \pi}{6} = \frac{2 * \sqrt{2} * a^3 * \pi}{6} = \frac{\sqrt{2} * a^3 * \pi}{3}$$

Umfassung der Eckpunkte:

d = Länge der Raumdiagonale

Satz von Pythagoras:

Raumdiagonale $d^2 = \text{Seitendiagonale}^2 + \text{Seitenlänge}^2$

$$d^2 = 2 * a^2 + a^2 = 3 * a^2 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$d = a * \sqrt{3}$$

$$V_3 = \frac{(\sqrt{3} * a)^3 * \pi}{6} = \frac{3 * \sqrt{3} * a^3 * \pi}{6} = \frac{\sqrt{3} * a^3 * \pi}{2}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{a^3 * \text{л}}{6}}{\frac{\sqrt{2} * a^3 * \text{л}}{3}} = \frac{1}{2 * \sqrt{2}} = 0,354$$

$$\frac{V_1}{V_3} = \frac{\frac{a^3 * \text{л}}{6}}{\frac{\sqrt{3} * a^3 * \text{л}}{2}} = \frac{1}{3 * \sqrt{3}} = 0,192$$

$V_1 : V_2 : V_3 = 1 : 0,354 : 0,192$