

Volumenberechnungen Aufgabe 398

Eine Hohlkugel besteht aus 80 cm^3 Schokolade und hat einen Umfang von 40 cm . Welche Dicke d hat die Schicht?

Welchen Durchmesser d hätte eine mit einer Schichtdicke von 3 mm bei gleicher Menge?

Außendurchmesser der Hohlkugel:

$$U = d_{\text{außen}} \cdot \pi \quad | : \pi$$

$$d_{\text{außen}} = \frac{U}{\pi} = \frac{40 \text{ cm}}{\pi} = 12,74 \text{ cm}$$

$$V_{\text{Hohlkugel}} = \frac{d_{\text{außen}}^3 \cdot \pi}{6} - \frac{d_{\text{innen}}^3 \cdot \pi}{6} = \frac{\pi}{6} \cdot (d_{\text{außen}}^3 - d_{\text{innen}}^3) \quad | \cdot 6$$

$$V_{\text{Hohlkugel}} \cdot 6 = \pi \cdot (d_{\text{außen}}^3 - d_{\text{innen}}^3) \quad | : \pi$$

$$d_{\text{außen}}^3 - d_{\text{innen}}^3 = \frac{V_{\text{Hohlkugel}} \cdot 6}{\pi} \quad | - d_{\text{außen}}^3$$

$$- d_{\text{innen}}^3 = \frac{V_{\text{Hohlkugel}} \cdot 6}{\pi} - d_{\text{außen}}^3 \quad | \cdot (-1)$$

$$d_{\text{innen}}^3 = d_{\text{außen}}^3 - \frac{V_{\text{Hohlkugel}} \cdot 6}{\pi} \quad | \sqrt[3]{\quad}$$

$$d_{\text{innen}} = \sqrt[3]{d_{\text{außen}}^3 - \frac{V_{\text{Hohlkugel}} \cdot 6}{\pi}} = \sqrt[3]{12,74^3 \text{ cm}^3 - \frac{80 \text{ cm}^3 \cdot 6}{\pi}} = 12,42 \text{ cm}$$

$$s = \frac{d_{\text{außen}} - d_{\text{innen}}}{2} = \frac{12,74 \text{ cm} - 12,42 \text{ cm}}{2} = \mathbf{0,16 \text{ cm}}$$

$$V_{\text{Hohlkugel}} = \frac{\pi}{6} \cdot (d_{\text{außenneu}}^3 - d_{\text{innenneu}}^3)$$

$$\text{Dicke } s = 3 \text{ mm} = 0,3 \text{ cm}$$

$$d_{\text{innenneu}} = d - 2 \cdot s$$

$$d_{\text{innenneu}} = d - 2 \cdot 0,3 \text{ cm} = d - 0,6 \text{ cm}$$

$$V_{\text{Hohlkugel}} = \frac{\pi}{6} * [d^3 - (d - 0,6)^3] * 6$$

$$6 * 80 = \pi * [d^3 - (d - 0,6)^3] \quad | : \pi$$

$$\frac{6 * 80}{\pi} = d^3 - (d^3 - 3 * d^2 * 0,6 + 3 * d * 0,6^2 - 0,6^3)$$

$$152,9 = d^3 - d^3 + 3 * d^2 * 0,6 - 3 * d * 0,6^2 + 0,6^3$$

$$152,9 = 1,8 * d^2 - 1,08 * d + 0,216 \quad | -152,9$$

$$1,8 * d^2 - 1,08 * d - 152,68 = 0$$

A, B, C - Formel:

$$A = 1,8 ; B = - 1,08, C = - 152,68$$

$$d_{1,2} = \frac{- (- 1,08) \pm \sqrt{(-1,08)^2 - 4 * 1,8 * (-152,68)}}{2 * 1,8}$$

$$d_{1,2} = \frac{1,08 \pm \sqrt{1,17 + 1100}}{3,6}$$

$$d_{1,2} = \frac{1,08 \pm \sqrt{1101,17}}{3,6}$$

$$d_{1,2} = \frac{1,08 \pm 33,18}{3,6}$$

$$d_1 = \frac{34,26}{3,6} = \mathbf{9,52 \text{ cm}}$$

$$d_2 = \frac{- 32,1}{3,6} < 0 \text{ --> keine Lösung, negative Länge}$$