

Volumenberechnungen Aufgabe 75

Ein Hohlzylinder hat ein Volumen V von 20 cm^3 , eine Mantelfläche M von 40 cm^2 und eine Höhe h von 4 cm . Wie groß sind sein Außenradius r_1 und sein Innenradius r_2 ?

$$V = \pi * (r_1^2 - r_2^2) * h$$

$$20 = \pi * (r_1^2 - r_2^2) * 4 \quad | :4$$

$$5 = \pi * (r_1^2 - r_2^2) \quad | :\pi$$

$$\frac{5}{\pi} = r_1^2 - r_2^2 \quad \text{I}$$

$$M = 2 * \pi * r_1 * h + 2 * \pi * r_2 * h$$

$$40 = 2 * \pi * r_1 * 4 + 2 * \pi * r_2 * 4$$

$$40 = 8 * \pi * (r_1 + r_2) \quad | :8$$

$$5 = \pi * (r_1 + r_2) \quad | :\pi$$

$$\frac{5}{\pi} = r_1 + r_2 \quad | -r_2$$

$$r_1 = \frac{5}{\pi} - r_2 \quad \text{II}$$

In I eingesetzt:

$$\frac{5}{\pi} = \left(\frac{5}{\pi} - r_2\right)^2 - r_2^2$$

$$\frac{5}{\pi} = \frac{25}{\pi^2} - \frac{10}{\pi} r_2 + r_2^2 - r_2^2$$

$$\frac{5}{\pi} = \frac{25}{\pi^2} - \frac{10}{\pi} r_2 \quad | + \frac{10}{\pi} r_2$$

$$\frac{5}{\pi} + \frac{10}{\pi} r_2 = \frac{25}{\pi^2} \quad | \cdot \frac{\pi}{\pi}$$

$$\frac{10}{\pi} r_2 = \frac{25}{\pi^2} - \frac{5}{\pi} \quad | * \pi$$

$$10 r_2 = \frac{25}{\pi} - 5 \quad | : 10$$

$$r_2 = \frac{2,5}{\pi} - 0,5 = \mathbf{0,3 \text{ cm}}$$

Eingesetzt in II:

$$r_1 = \frac{5}{\pi} - 0,3 = \mathbf{1,3 \text{ cm}}$$